

**Titre:** Loi constitutive chimioplastique pour le béton exposé aux hautes  
Title: températures.

**Auteur:** Rabah Hammoud  
Author:

**Date:** 2013

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Hammoud, R. (2013). Loi constitutive chimioplastique pour le béton exposé aux  
Citation: hautes températures. [Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/1103/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1103/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Rachid Boukhili, & Ammar Yahia  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LOI CONSTITUTIVE CHIMIOPLASTIQUE POUR LE BÉTON EXPOSÉ AUX HAUTES  
TEMPÉRATURES

RABAH HAMMOUD  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AVRIL 2013

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

LOI CONSTITUTIVE CHIMIOPLASTIQUE POUR LE BÉTON EXPOSÉ AUX HAUTES  
TEMPÉRATURES

présentée par : HAMMOUD Rabah  
en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor  
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. BALAZINSKI Marek, Ph.D., président  
M. BOUKHILI Rachid, Ph.D., membre et directeur de recherche  
M. YAHIA Ammar, Ph.D., membre et codirecteur de recherche  
M. SHIRAZI-ADL Aboulfazl Saeed, Ph.D., membre  
M. BOUZID Hakim, Ph.D., membre

*À mon père que j'ai perdu lors de mon périple doctoral,  
À ma mère...*

## REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont à l'endroit de MM. Rachid Boukhili et Ammar Yahia qui ont encadré mes travaux de thèse. Je leur suis reconnaissant de m'avoir accordé leur confiance et d'avoir profiter de leur dynamisme faisant de nos recontres des événements stimulants tout en préservant mon autonomie.

J'adresse aussi mes remerciements aux membres du jury pour leurs précieux commentaires ainsi que pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à évaluer cette thèse.

Je voudrais aussi remercier les membres du Civil and Environmental Engineering (CEE) department de l'UC Berkeley pour leurs chaleureux accueil et la fructueuse collaboration que j'ai pu tissé durant presque une année que j'ai passé au sein de groupe de recherche Structural Engineering Mechanics and Materials (SEMM-UC Berkeley).

Il est important de noter que ce travail a aussi été rendu possible grâce au soutien financier (en partie) du Fonds Québécois de la Recherche sur la Nature et les Technologies (FQRNT). Qu'ils trouvent ici toute ma considération.

J'exprime ma profonde gratitude aux personnels du département de génie mécanique de l'école Polytechnique de Montréal et du département de génie civil de l'Université de Sherbrooke, particulièrement Omar Toukal (PolyMTL), Tanya Alleyne (PolyMTL), Georges Lalonde (UdeS) et Sylvain Roy (UdeS), qui n'ont pas hésité à me prodiguer des conseils pour la réussite de mon programme expérimentale ainsi de leur soutien indéfectible.

Finalement, rien de tout ceci n'aurait vu le jour sans la présence, même lointaine, de ma mère, mes frères et ma soeur. Aucun vocabulaire ne permettra d'exprimer ma gratitude envers eux.

## RÉSUMÉ

Le béton est le matériau le plus répandu dans le monde de la construction et ceci depuis des siècles. Néanmoins, il reste encore énigmatique pour les ingénieurs qui essayent de comprendre et de simuler son comportement mécanique sous différents environnements. À la lumière des récents événements, incluant les incidents industriels et pyromanes, une attention spéciale a été focalisée sur la performance du béton soumis à des hautes températures. Succinctement, l'exposition du béton à des hautes températures réduit considérablement ses propriétés mécaniques, ce qui endommage significativement l'intégrité structurelle ainsi que la capacité portante d'une structure.

L'écaillage du béton reste l'un des principaux problèmes à résoudre dans le cas des incendies dans les bâtiments et les tunnels. Une modélisation réussie de ce phénomène dépend non seulement de la précision du profil de la température à travers la structure en béton, mais également de sa réponse mécanique vis-à-vis d'un chauffage rapide, des conditions aux limites et de la migration de l'humidité associée aux gradients de pressions interstitielles. Par conséquent, il est nécessaire de mettre au point des formulations mathématiques fiables pour simuler le comportement du béton pendant et après son exposition à des températures élevées. Il est également nécessaire de bien évaluer les effets de la dégradation thermique afin de développer des outils de prévision et de valider les codes de calcul. De nombreux problèmes structurels peuvent être formulés de façon adéquate par un modèle élasto-plastique.

Le but ultime de cette étude est le développement d'un nouveau modèle constitutif dans un cadre chimio-plastique. Pour se faire, un programme expérimental a été lancé. Le but de ce programme est double. D'abord, il est primordial pour la calibration de la loi de comportement proposée dans le cadre de cette thèse et, secundo, pour la définition d'un problème inverse. Des essais usuels et des essais triaxiaux entre 1, 3 et 24 MPa de confinement à des températures allant jusqu'à 700°C permettent d'identifier les paramètres d'un modèle de comportement de type élasto-plastique. Celui-ci reproduit la diminution du domaine de résistance suite à une dégradation d'origine exothermique. Ce programme expérimental a aussi mis en évidence le caractère fragile du béton subissant un traitement thermique et la non-applicabilité de deux critères de ruptures souvent utilisés dans le calcul d'ingénieur. Une alternative est proposée et testée.

En effet, exposer le béton aux hautes températures résulte une perte irréversible de la raideur ainsi qu'à une perte de la résistance due à la décohésion. Ces pertes s'expriment, généralement, via des relations semi-empiriques des propriétés mécaniques fonction de la température. Or, ces relations

sont inadéquates puisque l'impact direct de cette dégradation, à l'échelle macroscopique, peut se traduire par une relation de dépendance entre les propriétés élastiques et la masse des hydrates. Dans cet état de fait, contrairement aux méthodes traditionnelles qui utilisent les modèles conventionnels de l'élasto-plasticité et en faisant varier certains paramètres en fonction de la température locale, la loi constitutive proposée incorpore une fonction de déshydratation comme index de l'adoucissement chimio-plastique. Un critère proche à celui d'Etse et Willam a été utilisé et modifié pour la circonstance. Les mécanismes d'écrouissage et d'adoucissement sont alors nécessaires pour faire dilater et contracter la surface de charge afin de définir la résistance du béton tout au long du processus de déshydratation. La direction et l'ampleur d'une déformation permanente, coeur du domaine inélastique, sont définies par le développement conjoint d'un potentiel chimio-plastique non-associé et par une nouvelle ductilité. L'influence de la pression hydrostatique (dilatance) ainsi que la déshydratation sont prises en compte dans le modèle.

Le nouveau modèle a été implémenté dans Matlab<sup>®</sup>. Les contraintes et déformations générées dans le béton sont prédites avec précision. Pour illustrer les capacités du modèle développé afin de prédire le comportement complexe du béton exposé à des températures élevées, des simulations sont effectuées par le biais de différents scénarios de chargement numérique et corroborées, par la suite, avec des données expérimentales obtenues lors de cette thèse. Le modèle est capable de reproduire l'ensemble des résultats expérimentaux avec une bonne précision.

## ABSTRACT

Concrete is the most widely used construction material in the world. Even though it has been used for several centuries, its behavior to high temperature remains to be understood. In the light of recent extreme events, including accidents, and arson, special attention has been focused on the performance of concrete in the fire safety assessment of buildings and tunnels. Fire represents one of the most severe conditions encountered during the life-time of a structure. Concrete exposed to high temperature can significantly jeopardize the structural integrity and load bearing capacity of the structure.

Spalling of concrete remains one of the main issues to be addressed in the case of fire in buildings and tunnels. Successful modeling of this phenomenon depends not only on the accurate prediction of the temperature distribution through structural concrete but also on its mechanical response to the heating and boundaries restrains conditions and the migration of moisture and associated pore pressures. Therefore, it is necessary to develop a reliable formulation of concrete with all required information to understand its behavior during and after exposure to elevated temperature. It is also necessary to properly assess the effects of thermal degradation in order to develop predictive tools and validate design codes. Many structural problems can be adequately worthy by an elastoplastic model.

The ultimate goal of this study is the development of a new constitutive model under a chemoplastic framework. To do this, an experimental program is carried out. The purpose of this program is twofold. First, it is essential to calibrate the proposed constitutive law that will be developed, and, second, for defining an inverse a problem. Usually, uniaxial and triaxial tests, conducted with confining pressure varied between 1.3 and 24 MPa and a temperature up to 700°C, allow us to identify the constitutive law parameters. This law reproduces the reduced field strength due to degradation of exothermic origin. This experimental program puts emphasis on the fragile nature of the preheated concrete and demonstrates the non-applicability of two failure criteria often used in engineering calculation. An alternative is proposed and well-tested.

Indeed, exposing the concrete to high temperature results in irreversible loss of stiffness as well as a loss of decohesion strength. These losses are, typically, expressed through semi-empirical relationships of the mechanical properties with temperature. Unfortunately, these relationships are inadequate because the direct impact of this degradation, on the macroscopic scale, can result in a dependency relationship between the elastic properties and the hydrates mass. Therefore, unlike traditional methods using conventional elasto-plastic models and adjusting certain parameters with local temperature, the proposed constitutive law that incorporates a function of dehydration similar



to the softening index in chemo-plastics gives good results. An Etse and Willam similar criterion is used and modified for the occasion. Hardening and softening mechanisms are then needed to expand and contract the loading surface for defining the strength of the concrete on a wide range of dehydration processes. The direction and magnitude of a permanent deformation, core of the inelastic domain, are defined through the development of non-associated chemoplastic potential and new curve of ductility. The influence of hydrostatic pressure (dilatancy) and dehydration on the concrete behavior are taken into account in our model.

The model is implemented in the Matlab<sup>®</sup> code. Strains and stresses generated in the concrete are now accurately predicted. To illustrate the capabilities of the developed model to predict the complex behavior of concrete exposed to high temperature, simulations are performed through numerical loading paths scenarios. The model is able to accurately reproduce all the experimental data.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xviii
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	7
1.1 Généralités sur le béton . . . . .	7
1.1.1 Les différents composants du béton . . . . .	7
1.1.2 La microstructure du béton . . . . .	8
1.1.3 Comportement mécanique du béton de masse . . . . .	10
1.2 Impact des hautes températures sur le béton . . . . .	14
1.2.1 Modifications des propriétés des constituants d'un béton à haute température	16
1.2.2 Modifications des propriétés physico-chimiques . . . . .	19
1.2.3 Évolution des caractéristiques mécaniques avec la température . . . . .	22
1.3 Phénomène d'écaillage à haute température . . . . .	30
1.4 La question de l'éclatement . . . . .	33
1.4.1 Les caractéristiques de l'éclatement . . . . .	33
1.4.2 Les processus menant à l'éclatement . . . . .	33
1.5 Moyens préventifs contre l'éclatement . . . . .	34
1.6 Modélisation numérique de comportement du béton à haute température . . . . .	34
1.6.1 Approche de la thermodynamique des processus irréversibles . . . . .	34
1.6.2 Approche multi-physique . . . . .	36

1.7	Lois constitutives thermomécaniques . . . . .	39
1.7.1	Critères multiaxiaux pour matériaux poreux . . . . .	40
1.7.2	Couplages avec une sollicitation thermique . . . . .	45
1.8	Conclusion de l'étude bibliographique . . . . .	46
CHAPITRE 2 DÉMARCHE, ORGANISATION ET COHÉRENCE DES ARTICLES . . .		48
2.1	Démarche scientifique et organisation de la recherche . . . . .	48
2.2	Présentation des articles et cohérence avec les objectifs . . . . .	48
2.2.1	Article 1 : Triaxial compressive strength of concrete subjected to high temperatures . . . . .	50
2.2.2	Article 2 : Unified formulation for a triaxial elastoplastic constitutive law for concrete . . . . .	50
2.2.3	Article 3 : Chemoplastic constitutive law for concrete exposed at high temperature . . . . .	51
CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : TRIAXIAL COMPRESSIVE STRENGTH OF CONCRETE SUBJECTED TO HIGH TEMPERATURES		
	Rabah Hammoud, Ammar Yahia, Rachid Boukhili . . . . .	52
3.1	Introduction . . . . .	52
3.2	Research significance . . . . .	54
3.3	Experimental program . . . . .	54
3.3.1	Materials and mixing procedures . . . . .	54
3.3.2	Temperature treatment . . . . .	55
3.3.3	Specimen preparation and instrumentations . . . . .	56
3.3.4	Triaxial cell description . . . . .	56
3.3.5	Triaxial tests procedure . . . . .	57
3.4	Test results and discussions . . . . .	57
3.4.1	TGA and DTA . . . . .	57
3.4.2	Uniaxial and triaxial compression stress-strain responses . . . . .	58
3.5	Discussions . . . . .	62
3.5.1	Experimental data results . . . . .	62
3.5.2	Proposed failure models . . . . .	62
3.6	Conclusions . . . . .	68
CHAPITRE 4 ARTICLE 2 : UNIFIED FORMULATION FOR A TRIAXIAL ELASTOPLAS- TIC CONSTITUTIVE LAW FOR PLAIN CONCRETE		

Rabah Hammoud, Rachid Boukhili, Ammar Yahia . . . . .	70
4.1 Introduction . . . . .	70
4.2 Triaxial constitutive formulation . . . . .	72
4.2.1 Yield surface criterion . . . . .	73
4.2.2 Isotropic loading surfaces in pre- and post-peak . . . . .	75
4.3 Plastic potential function . . . . .	79
4.4 Hardening and softening parameter functions . . . . .	79
4.5 Algorithmic formulation . . . . .	82
4.5.1 Evaluation of convenient stress for plastic potential . . . . .	82
4.5.2 Resolution scheme . . . . .	83
4.6 Calibration . . . . .	84
4.7 Numerical experiments for various loading scenarios . . . . .	85
4.8 Conclusions . . . . .	87
 CHAPITRE 5 ARTICLE 3 : CHEMOPLASTIC CONSTITUTIVE LAW FOR CONCRETE EXPOSED AT HIGH TEMPERATURE	
Rabah Hammoud, Rachid Boukhili, Ammar Yahia . . . . .	100
5.1 Introduction . . . . .	100
5.2 Dehydration degree as chemoelastic degradation index . . . . .	103
5.3 Formulation of the constitutive model . . . . .	105
5.3.1 Loading surface . . . . .	105
5.3.2 Isotropic loading surfaces in pre- and post-peak . . . . .	107
5.4 Chemoplastic potential function . . . . .	110
5.5 Hardening and softening parameters functions . . . . .	111
5.6 Stress return algorithm . . . . .	114
5.6.1 Evaluation of convenient stress for plastic potential . . . . .	114
5.6.2 Resolution scheme . . . . .	114
5.7 Calibration of the proposed model . . . . .	115
5.8 Parameters evolution of failure criterion and chemoplastic potential . . . . .	117
5.8.1 Fitting parameters of the failure criterion . . . . .	117
5.8.2 Fitting parameters of chemoplastic potential . . . . .	123
5.9 Numerical experiments for various loading scenarios . . . . .	123
5.10 Conclusions . . . . .	126
 CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE . . . . .	
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES . . . . .	135

RÉFÉRENCES . . . . .	138
----------------------	-----

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	La composition minéralogique du ciment (Kosmatka <i>et al.</i> , 1991). . . . .	9
Tableau 1.2	Modèles pour l'estimation de la résistance en compression à haute température (Aslani et Bastami, 2011) . . . . .	25
Tableau 1.3	Modèles pour l'estimation de la résistance en tension à haute température (Aslani et Bastami, 2011) . . . . .	29
Tableau 1.4	Références sur les différents cas de chargements (Babu <i>et al.</i> , 2005) . . . .	40
Table 3.1	Chemical analysis of ordinary Portland cement . . . . .	55
Table 3.2	Fitted parameter-C of Newman failure criterion . . . . .	66

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Courbes typiques contrainte-déformation pour un essai de compression simple (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	10
Figure 1.2	Courbes contrainte-déformation lors d'une compression de différentes compositions (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	11
Figure 1.3	Courbes typiques contrainte-déformation pour un test de tension simple (différents agrégats) (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	13
Figure 1.4	Enveloppe de résistance biaxiale du béton (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	14
Figure 1.5	Relations contrainte-déformation du béton sous un état de compression biaxiale (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	15
Figure 1.6	Courbes typiques contrainte-déformation pour un changement de volume sous compression biaxiale (Chen et Saleeb, 1982) . . . . .	15
Figure 1.7	Évolution des fractions massiques d'un béton ordinaire chauffé . . . . .	17
Figure 1.8	DTG pour un mortier de béton soumis à haute température . . . . .	17
Figure 1.9	Évolution des différentes phases analysées lors d'un chauffage (Castellote <i>et al.</i> , 2004) . . . . .	18
Figure 1.10	Dilatation thermique de la pâte de ciment et des granulats (Castellote <i>et al.</i> , 2004) . . . . .	19
Figure 1.11	Porosité totale à l'eau en fonction de la température de conditionnement (Kallifa et Tsimbrovska, 1998) . . . . .	20
Figure 1.12	Porosité en fonction de la température de conditionnement (Noumowé, 1995) . . . . .	21
Figure 1.13	Perte de masse d'échantillons de béton chauffés à une vitesse de $1^{\circ}\text{C}/\text{mn}$ (Noumowé, 1995) . . . . .	22
Figure 1.14	Variation de masse d'un BO à chaud pour deux vitesses de chauffage ( $v = 0.1^{\circ}\text{C}/\text{mn}$ et $1^{\circ}\text{C}/\text{mn}$ ) (Noumowé, 1995) . . . . .	23
Figure 1.15	Rapport des résistances à chaud et des résistances résiduelles sur la résistance initiales (à froid) en fonction de la température (Harada <i>et al.</i> , 1972) . . . . .	26
Figure 1.16	Rapport de la résistance en compression sur la résistance initiale en fonction de la température (Schneider <i>et al.</i> , 1982) . . . . .	27
Figure 1.17	Évolution de la résistance à la traction en fonction de la température (Schneider <i>et al.</i> , 1982) . . . . .	28
Figure 1.18	Rapport du module d'élasticité à chaud sur le module d'élasticité initial pour des échantillons non chargés (Dias <i>et al.</i> , 1990) . . . . .	30

Figure 1.19	Rapport du module d'élasticité résiduel sur le module d'élasticité initial après refroidissement avec ou sans chargement (Dias <i>et al.</i> , 1990) . . . . .	31
Figure 1.20	Écaillage par pressions internes (Anderberg, 1997) . . . . .	32
Figure 1.21	Écaillage par dilatation thermique gênée (Bazant, 1997) . . . . .	32
Figure 1.22	Sections déviatorique dans l'espace des contraintes principales . . . . .	43
Figure 1.23	Méridiens de résistance dans l'espace de Haigh-Westergaard . . . . .	43
Figure 2.1	Organigramme du projet dont fait partie cette thèse . . . . .	49
Figure 3.1	Loading path for triaxial tests . . . . .	57
Figure 3.2	Mass evolution fraction of heated concrete . . . . .	59
Figure 3.3	DTG curves for the investigated concrete at different temperatures . . . . .	59
Figure 3.4	Residual stress-strain responses in uniaxial compression test . . . . .	60
Figure 3.5	Variation of the Young modulus with temperature . . . . .	61
Figure 3.6	Variation of Poisson modulus with temperature . . . . .	61
Figure 3.7	Residual axial stress-axial strain and axial stress-radial strain responses for different confining pressures and temperatures . . . . .	63
Figure 3.8	Variation of the axial strains at the peak with temperature . . . . .	64
Figure 3.9	Variation of volumetric strain with axial and radial strains measured under uniaxial compression . . . . .	64
Figure 3.10	Variation of volumetric strain with axial and radial strains responses for different confining pressures and temperatures . . . . .	65
Figure 3.11	Variation of triaxial strength ratio with confinement level for different temperatures (Richart and Newman criteria) . . . . .	67
Figure 3.12	Variation of constant $a$ with dehydration index (Richart's constant) . . . . .	68
Figure 3.13	Variation of the Newman's constant $A$ , $B$ , and $C$ with dehydration index $\xi$ . . . . .	69
Figure 4.1	Experimental data on Haigh-Westergaard coordinates . . . . .	75
Figure 4.2	Meridional sections of triaxial failure (data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	76
Figure 4.3	Deviatoric sections of triaxial failure . . . . .	76
Figure 4.4	Triaxial failure envelope in hardening mode . . . . .	77
Figure 4.5	Triaxial failure envelope in softening mode . . . . .	78
Figure 4.6	Ductility curve versus mean pressure . . . . .	81
Figure 4.7	Predictor Elastic test point . . . . .	84
Figure 4.8	Volumetric and deviatoric plastic components correlations for data obtained by simulation and experiment . . . . .	86
Figure 4.9	Numerical and experimental stress-strain curve in axial compression . . . . .	86
Figure 4.10	Numerical uniaxial tension test in hardening and softening stages . . . . .	89
Figure 4.11	Stress-strains (axial and radial) curves from numerical uniaxial tension test . . . . .	90



Figure 4.12	Numerical equibiaxial tension test in softening regime . . . . .	91
Figure 4.13	Stress-strains (axial and radial) curves from numerical equibiaxial tension test	92
Figure 4.14	Stress-strain curve from numerical triaxial tension test . . . . .	93
Figure 4.15	Softening stage in numerical triaxial tension test . . . . .	94
Figure 4.16	Hardening and softening stages in numerical pure shear test . . . . .	95
Figure 4.17	Stress-strains curves in numerical pure shear test . . . . .	96
Figure 4.18	Hardening and softening stages in uniaxial compression test . . . . .	97
Figure 4.19	Hardening and softening stages in numerical triaxial compression test . . .	98
Figure 4.20	Comparison between numerical and experimental results for concrete under triaxial compression at different confinement pressures . . . . .	99
Figure 5.1	Degree of dehydration of concrete after exposure at elevated temperatures (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	104
Figure 5.2	Evolution of the degree of dehydration with temperature (Data from (Ham- moud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	104
Figure 5.3	Meridional sections of triaxial failure at different degrees of dehydration (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	106
Figure 5.4	Failure envelope in biaxial coordinates at $\xi = 0.64$ (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	107
Figure 5.5	Compressive meridian according to hydrostatic pressure and degree of dehydration (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	108
Figure 5.6	Triaxial failure envelope in hardening mode at $\xi = 0.64$ . . . . .	109
Figure 5.7	Triaxial failure envelope in softening mode at $\xi = 0.64$ . . . . .	110
Figure 5.8	3D ductility curve versus mean pressure (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b))	112
Figure 5.9	Predictor Elastic test point . . . . .	116
Figure 5.10	Volumetric plastic strains at different degree of dehydration (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	118
Figure 5.11	Deviatoric plastic strains at different degree of dehydration (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	119
Figure 5.12	Stress-strain curves in axial compression at different degree of dehydration (Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	120
Figure 5.13	Evolution of $m_f$ versus degree of dehydration(Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	121
Figure 5.14	Evolution of failure envelope parameters $a_f$ and $b_f$ according the degree of dehydration . . . . .	122
Figure 5.15	Evolution of failure envelope parameters $a_q$ and $b_q$ according the degree of dehydration . . . . .	124

Figure 5.16	Evolution of chemoplastic potentiel $Q$ versus degree of dehydration(Data from (Hammoud <i>et al.</i> , 2013b)) . . . . .	125
Figure 5.17	Numerical uniaxial tension test in hardening and softening stages at $\xi = 0.39$ (500°C) . . . . .	127
Figure 5.18	Stress-strains (axial and radial) curves from numerical uniaxial tension test at $\xi = 0.39$ ( 500°C) . . . . .	128
Figure 5.19	Stress-strain curve from numerical triaxial tension test at $\xi = 0.64$ (300°C)	129
Figure 5.20	Softening stage in numerical triaxial tension test at $\xi = 0.64$ (300°C) . . . .	129
Figure 5.21	Hardening and softening stages in uniaxial compression test at $\xi = 0.64$ (300°C) . . . . .	130
Figure 5.22	Hardening and softening stages in numerical triaxial compression test at $\xi = 0.39$ (500°C) . . . . .	131
Figure 5.23	Comparison between numerical and experimental results for concrete under triaxial compression at different confinement pressures at $\xi = 0.39$ (500°C) (Data from Hammoud <i>et al.</i> (2013b)) . . . . .	132

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$a$	Paramètre de Mohr-Coulomb
$c$	Paramètre de cohésion
$A, B, C$	Paramètres de critère de Newman
$C_p$	Chaleur spécifique
$r$	Coordonnée polaire
$a_e, c_e$	Paramètres du rapport d'excentricité
$e_r$	rapport d'excentricité
$r$	Résidu
$a_f, b_f, c_f$	Coefficients du lissage du paramètre $\alpha_f$
$a_q, b_q, c_q$	Coefficients du lissage du paramètre $\alpha_q$
$a_{af}, b_{bf}, c_{cf}$	Coefficients du lissage du paramètre $a_f$
$a_{aq}, b_{bq}, c_{cq}$	Coefficients du lissage du paramètre $a_q$
$a_d, b_d, c_d, e_d, f_d, g_d$ et $h_d$	Paramètres de la courbe de ductilité $d_h$
$u$	Déplacement
$w$	Déplacement d'ouverture d'une fissure
$M$	Dérivée seconde du potentiel plastique $Q$ par rapport à $\sigma$
$F$	Surface de charge
$T$	Température
$H$	Tenseur d'élasticité
$H_{ep}$	Tenseur d'élastoplasticité tangent
$m_f$	Rapport de la résistance en compression sur celle en traction
$f_c$	Résistance en compression uniaxiale (valeur absolue)
$f_{tt}$	Résistance en traction triaxiale
$f_t$	Résistance en traction uniaxiale
$J_2$	Second invariant du tenseur déviateur des contraintes
$J_3$	Troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes
$I_3$	Troisième invariant du tenseur des contraintes
$d_a$	Diamètre moyen des agrégats
$d_h$	Fonction de ductilité
$k_0$	Écrouissage initial
$k$	Paramètre de résistance
$G_f$	Énergie de fissuration
$G_{Ic}$	Résistance du matériau à la propagation d'une fissure

$G_I$	Taux de restitution d'énergie
$l_c$	Longueur caractéristique du matériau
$H_f$	Module d'adoucissement plastique équivalent
$H_p$	Module d'écrouissage plastique équivalent
$E$	Module d'Young
$G$	Module de cisaillement
$E_p$	Module plastique équivalent lors de l'adoucissement
$N$	Nombre de fissures formées lors de l'adoucissement
$N_{uc}$	Nombre de fissures formées en compression lors de l'adoucissement
$\mathbf{m}$	Normale à la surface de charge
$\mathbf{n}$	Normale au potentiel plastique
$\mathbf{s}$	Tenseur déviateur des contraintes
$Q$	Potentiel plastique
$I_1$	Premier invariant du tenseur des contraintes
$\sigma_1$	Première contrainte principale
$\sigma_2$	Seconde contrainte principale
$\sigma_3$	Troisième contrainte principale
$\sigma_m$	Pression hydrostatique
$\sigma_{m_0}$	Pression hydrostatique à la rupture en traction triaxiale
$\sigma_t$	Contrainte résiduelle en traction uniaxiale
$\delta_s$	Rapidité de la décroissance de la fonction d'adoucissement
$\theta$	Angle polaire
$\alpha_f, \beta_f, a_f, b_f$	Paramètres de la surface de charge
$\alpha_q, \beta_q, a_q, b_q$	Paramètres du potentiel plastique
$\xi$	degré de déshydratation
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\rho$	Contrainte déviatrice
$\rho_c$	Contrainte déviatrice du méridien de compression
$\rho_t$	Contrainte déviatrice du méridien de traction
$\epsilon_f$	Déformation équivalente de fissuration
$\epsilon_p$	Déformation plastique équivalente
$\lambda$	Multiplicateur plastique
$\epsilon_e$	Déformation élastique
$\epsilon_p$	Déformation permanente ou plastique
$\epsilon$	Déformation totale
$\sigma$	Tenseur des contraintes

## INTRODUCTION

### **Préambule : Cadre générale de l'étude**

L'évaluation de la performance du béton soumis à des hautes températures est d'une importance capitale pour pouvoir assurer la sécurité des tunnels, des grands bâtiments, des enceintes nucléaires, etc. Dans des situations incendiaires, les tunnels ont présenté un important endommagement (éclatement) des éléments en béton. En fait, quand le béton est exposé à des températures pouvant dépasser les 1000°C, des transferts de chaleur et des transports de masse de fluides ont lieu dans le matériau ; ce qui cause des expansions thermiques et le développement de pressions dans les pores. En d'autres termes, le béton se transforme en un siège où des réactions chimiques apparaissent. Dans la même plage de température, la microstructure du béton subit des modifications physico-chimiques qui dégradent énormément le béton et affectent alors la sécurité des usagers sans compter les pertes matériels et financières. Il est, donc, naturel de développer des protocoles sécuritaires pour répondre à cette problématique.

### **Domaines Connexes**

Avec le tarissement des hydrocarbures, plusieurs nations se sont lancés dans un processus de recherche afin d'offrir une alternative à cette forme d'énergie. Plusieurs pistes ont vu le jour dont la génération de l'énergie par la fusion nucléaire. La France, par le biais de l'Electricité de France (EDF), a choisi d'adopter pour les filières REP 1300 et 1400 MWe le concept double enceinte, afin de garantir la sécurité de ses installations nucléaires.

Une paroi externe en béton armé protège le réacteur nucléaire des agressions naturelles et accidentelles. En cas d'accident nucléaire, la protection de l'environnement est garantie par une paroi interne en béton d'épaisseur 1,2 m (réacteur de type REP 1400 MWe) et biaxialement précontrainte. Elle est dimensionnée pour résister à une pression interne de 0,5 MPa et à une température voisine de 140°C, correspondant à un accident de dimensionnement APRP (Accident par Perte de Réfrigérant Primaire). Bien que la sécurité de l'installation ne soit pas remise en cause, EDF doit dans ce cas mettre en œuvre un revêtement étanche afin de garantir le respect du critère réglementaire sur le taux de fuite de la paroi interne. L'arrêt de tranches en service a un coût très élevé (perte d'exploitation d'environ 150 k €/par jour + coûts des réparations).

D'autres domaines industriels où le béton réfractaire est exploité pour le garnissage des cuves de coulées des aciéries ainsi que pour les cuves de production d'aluminium où l'extraction de ce dernier

se fait à partir de l'alumine ( $Al_2O_3$ ) à l'aide d'un procédé électrolytique. L'application industrielle de ce procédé se fait dans les cuves d'électrolyse, aussi appelées cuves de Hall-Héroult, dont plusieurs dizaines sont connectées en série et opèrent à haut ampérage et à bas voltage (Grjotheim et Kvande, 1993). En effet, toutes les cuves à anodes précurtées partagent certaines caractéristiques. Ces cuves sont construites dans un caisson d'acier renforcé de berceaux (raidisseurs) qui contiennent le revêtement. Ce dernier sert à contenir l'aluminium liquide et le bain d'électrolyse qui sont à une température de 960°C. La conception du revêtement est dictée par les exigences du procédé où l'équilibre thermique de la cuve est d'une importance capitale. Parmi ce revêtement, on peut nommer les réfractaires et isolants choisis et disposés de façon à préserver cet équilibre. Les réfractaires sont particulièrement agressés et doivent donc être consciencieusement choisis (Tabereaux, 1992; Brunk, 1994; Johansson, 1995; Schoning *et al.*, 1999; Allaire, 1992).

### **Mise en contexte**

Le béton est assez présent dans la conception d'ouvrages du génie civil, métallurgie, aluminerie, etc. Ces ouvrages sont soumis à des sollicitations couplées et souvent sévères liées à leur condition d'exploitation ou bien à leur environnement d'utilisation. Ainsi, utilisés dans les tunnels, bâtiments ou enceintes de confinement, ces matériaux sont sollicités à des hautes températures. Ces matériaux fortement hétérogènes et poreux présentent un comportement complexe. Les déformations mécaniques induites, auxquelles s'ajoutent des dilatations thermiques couplées à des gradients de pression exercés par le ou les fluides présents dans les pores des matériaux, sont en effet responsables de l'apparition de fissures à l'échelle de la microstructure. Ces micro-fissures, identifiées par des méthodes expérimentales, et leurs évolutions renseignent sur la durabilité des matériaux. Le développement d'outils de modélisation du comportement des matériaux cimentaires apparaît un indispensable complément de cette approche expérimentale permettant une analyse prédictive des dégradations des structures. Le modèle basé sur la plasticité triaxiale serait l'une des formulations constitutives les plus prometteuses à l'échelle macroscopique.

Les matériaux cohésifs et frictionnels, comme le béton, sous haute température, exhibent des phénomènes complexes tels que : sensibilité à la pression, dilatance inélastique, adoucissement post-peak, déshydratation et dépendance au chemin de chargement. Au fait, ces facteurs sont d'importances capitales puisque c'est le noyau même de comportement non linéaire du béton et dictant le comportement inélastique des structures en béton. Ainsi, la prédiction des caractéristiques constitutive du béton sous haute température de service ou des structures incendiées représente une problématique à surmonter par les ingénieurs et ceci afin d'offrir un cadre rigoureux de sécurité incendiaire.

## Problématique

Le béton est un faible conducteur où il exhibe une haute résistance à la conduction de chaleur. Cependant, l'élévation rapide et extrême de la chaleur, à cause d'un incendie ou autre source exogène, cause un changement de volume dû à la dilatation thermique, un retrait due à la migration de l'humidité et, éventuellement, un écaillage due conjointement aux contraintes thermique ainsi qu'à l'augmentation de la pression dans les pores. L'étendue de la variation des propriétés du béton due aux hautes températures dépend des conditions endo- et exogènes, telles que : les proportions et les propriétés des constituants des bétons, taux de chauffe, taux de refroidissement, température maximum d'exposition, etc. Différentes études portant sur le béton exposé à haute température ont été menées, expérimentalement, analytiquement et numériquement. Récemment, les recherches ont été concentrées sur les effets de couplages, tels que les couplages thermo-chimio-mécanique et thermo-hygro-mécanique.

De nombreux travaux ont été consacrés à ce sujet et l'abordent, généralement, selon deux approches complémentaires aux deux échelles : une échelle macroscopique de la structure et une échelle microscopique des constituants du matériaux. Ainsi, Ulm *et al.* ont proposé une approche thermodynamique pour formuler les lois de comportement des milieux poreux à l'échelle macroscopique en prolongeant les outils classiques de la mécanique des milieux poreux réactifs (Ulm *et al.*, 1999a,b). Le milieu poreux est vu comme un milieu continu, le squelette du milieu qui constitue la partie solide et le fluide qui occupe l'espace poreux (Coussy, 1995). Au contraire, Bear et Bachmat (Bear et Bachmat, 1991), Schrefler et Lewis (Schrefler et Lewis, 1999) ont distingué les deux phases solide et fluide du milieu poreux qui constituent des domaines géométriques distincts à l'échelle microscopique. Le comportement du milieu poreux est obtenu alors par une moyenne des grandeurs locales. Dans les deux approches, des couplages thermo-hydro-mécanique, parfois thermo-hydro-chimio-mécanique, et l'endommagement des matériaux hétérogènes et poreux sont présents.

À l'échelle du matériau, les hautes températures conduisent à une perte irréversible de la rigidité (endommagement thermique) et de la résistance en compression du béton (décohésion thermique). Tandis qu'à l'échelle macroscopique (description d'ingénieur), l'endommagement thermique et la décohésion thermique sont, généralement, décrits par les dépendances des propriétés du béton ( $E = E(T)$  et  $f_c = f_c(T)$ ) et les paramètres des lois constitutives (thermo-inélastiques) en fonction de la température apparente.

Il faut souligner que la résistance du béton dépend grandement de la masse et de la nature des hydrates et que l'élévation de la température entraîne une déshydratation. Il est donc évident que si

on fournit de la chaleur, les liaisons qui forment les hydrates vont se détruire : c'est les réactions de transformations des hydrates en anhydres plus l'eau. Ce constat mène à l'apparition des modèles chimio-plastique. Il y a une différence par rapport aux modèles standards de thermo-plasticité des bétons à hautes températures qui utilisent des critères dépendant de la température. En effet, la déshydratation (et non la température) est, en partie, l'origine de la diminution de la résistance mécanique observée macroscopiquement. La décohé sion considérée est donc d'origine chimique et non thermique et peut être expliquée de la façon suivante : à l'échelle microscopique, le processus de déshydratation peut être grossièrement attribué à une micro-diffusion des molécules d'eau chimiquement liées depuis les micropores jusqu'aux pores capillaires. La perte de l'eau liée ainsi que la décomposition chimique et la dissociation des produits hydratés font affaiblir la structure chimique du gel de ciment en détruisant les forces cohésives dans les micropores. À l'échelle macroscopique de modélisation, ces phénomènes mènent à une décohé sion chimique affectant le domaine de résistance et son évolution.

## Objectifs

L'objectif principal de cette étude est de développer une nouvelle loi de comportement dans un cadre chimio-mécanique pour le béton soumis à des hautes températures. Le modèle développé doit permettre d'évaluer correctement les déformations et les contraintes dans le béton suite à un vieillissement thermique. Les objectifs spécifiques de la thèse sont :

1. Développer une nouvelle loi constitutive dans un cadre chimio-plastique.
2. Caractériser expérimentalement l'endommagement du béton soumis à des hautes températures par des essais triaxiaux. Généralement, les méthodes d'analyse et de design du béton sont basées sur les propriétés résiduelles obtenues sur la base des essais expérimentaux uniaxiaux. Cependant, les conditions de chargement uniaxiale sont des situations plutôt rares. Il s'agit alors de :
  - (a) Étudier le comportement résiduelle du béton confiné à des différentes pressions de confinement qui, à priori, a subi un traitement thermique sous différentes températures allant jusqu'à 700°C.
  - (b) Identifier les paramètres de la nouvelle loi constitutive triaxiale développée dans le cadre de cette étude par des méthodes directes et/ou inverses.
  - (c) Corroborer les scénarios de chargements expérimentaux et numériques pour une éventuelle validation.



## Livrables

En relation avec les objectifs de cette étude, les livrables sont les suivants :

1. *Triaxial compressive strength of concrete subjected to high temperatures*. **R. Hammoud**, A. Yahia, R. Boukhili. Journal of Materials in Civil Engineering (accepté). 32 pages.
2. *Chemoplastic modelling for concrete at high temperature*. **R. Hammoud**, R. Boukhili, A. Yahia. Journal of Structural Fire Engineering (accepté). 19 pages.
3. *Unified formulation for a triaxial elastoplastic constitutive law for plain concrete*. **R. Hammoud**, R. Boukhili, A. Yahia. Journal of Structural Engineering (soumis). 41 pages.
4. *Chemoplastic constitutive law for concrete exposed at high temperature*. **R. Hammoud**, R. Boukhili, A. Yahia. Construction and Building Materials Journal (soumis). 35 pages.
5. *Three-dimensional constitutive law for concrete*. **R. Hammoud**, A. Yahia, R. Boukhili. in Conference Proceedings - CD, presented at Numerical Modeling Strategies for Sustainable Concrete Structures, Aix-en-Provence, France, May 29 - June 1, 2012.
6. *Chemoplastic modeling for concrete at high temperature*. **R. Hammoud**, R. Boukhili, A. Yahia. 7<sup>th</sup> International Conference on Structures in Fire. Editors : M., Fontana, A., Frangi, and M., Knobloch. Zurich, Switzerland. 6-8 June 2012. pp. 509-518

## Organisation de la thèse

Cette thèse est composée de six chapitres. Dans le présent chapitre, le sujet de recherche, la problématique et les objectifs sont présentés.

Le chapitre 1 décrit le contexte générale de l'étude des problèmes reliés à l'élévation de température et rappelle les différentes approches communément employées dans la modélisation. En donnant un rappel de certains aspects importants reliés aux lois de comportements. Une critique sur les formulations proposées est également présentée. Quelques propriétés physique et mécanique de comportement du béton soumis à des hautes températures sont présentées au début de ce chapitre. Les chapitres 3 à 5 présentent les trois publications soumises dans des journaux scientifiques indexés. Le chapitre 3 décrit le programme et les résultats d'une étude expérimentale sur un béton préchauffé et résume les principaux résultats obtenus. Les effets des dommages attribués à la déshydratation sont discutés. Une formulation originale de deux critères de rupture utilisés pour l'estimation de la résistance résiduelle dans le but d'une éventuelle réhabilitation d'une structure incendiée est également présentée. Les deux critères en question ont été comparés et une conclusion dans ce sens a été tirée.

Le chapitre 4 traite la formulation d'une nouvelle loi constitutive triaxiale à température ambiante. La dépendance de la pression hydrostatique sur la résistance et la capacité du matériau à se déformer

est introduite. Les diverses fonctions mathématiques définissant le critère de rupture, un nouvel potentiel plastique et la courbe de ductilité se succéderont pour fermer le modèle. Un mapping pour exploiter les résultats expérimentaux obtenus dans le chapitre 3 est également présenté.

Au chapitre 5, une méthode originale pour caractériser la décohesion chimique du béton soumis à haute température est proposée. Pour prendre en considération la diminution de la résistance, un développement complet d'un nouveau modèle constitutif triaxial chimio-plastique est défini. Les fonctions d'évolution permettant d'exprimer les paramètres du modèle en fonction du degré de déshydratation sont identifiées. Le degré de déshydratation est basé sur la résistance en compression uniaxiale du béton obtenue à différentes températures. La manière de traiter les résultats expérimentaux pour identifier les paramètres est présentée.

Le dernier chapitre vient pour conclure l'étude. Ce chapitre servira comme une base de vérification à l'atteinte des objectifs et mettra en relief les contributions scientifiques acquises. Finalement, des recommandations et des ouvertures de recherches à plus long terme sont prodiguées.

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 1.1 Généralités sur le béton

Dans cette section, nous nous proposons tout d'abord de présenter succinctement le matériau béton et ses différents ingrédients. Ensuite, nous présentons quelques informations sur la microstructure du béton. Les réactions chimiques liées à la déshydratation du matériau sont également présentées.

Le béton durci est un matériau poreux composé de pâte de ciment hydraté et de granulats (sable et graviers). Cette structure complexe se décompose en une phase solide et une phase fluide (liquide et gazeuse). Le volume de chaque phase influence, entre autre, la structure poreuse initiale du béton.

##### 1.1.1 Les différents composants du béton

L'eau est un ingrédient essentiel du béton. Elle remplit deux fonctions (Aitcin, 1992) :

1. une fonction physique qui confère au béton les propriétés rhéologiques d'un liquide ;
2. une fonction chimique qui contribue au développement de la réaction d'hydratation.

L'eau dans le béton se trouve sous cinq formes (Baroghel-Bouny, 1994) :

**L'eau capillaire ou libre** : Les fissures et gros pores sont des volumes lesquelles résident de l'eau libre. Elle est fortement ionisée par rapport aux autres constituants minéraux du ciment depuis le malaxage. Lors de l'évaporation ou la dessiccation, cette eau est la première à migrer et à s'éliminer.

**L'eau adsorbée physiquement** qui est en fait le résultat de la condensation de l'eau vapeur sur la surface des solides formés par la réaction d'hydratation des grains de ciment. La liaison est assurée par des attractions de type Van der Waals. Cette eau s'empile en couches successives, de moins en moins ordonnées, sur les surfaces solides. Dès l'augmentation de la température, l'empilement se détruit et l'eau se libère.

**L'eau adsorbée** au niveau des défauts cristallins avec des liaisons faibles de type hydrogène.

**L'eau absorbée** qui est contenue au niveau des granulats ouverts. Il s'agit de l'eau qui remplit les pores qui ne forment pas un espace poreux connecté.

**L'eau chimiquement liée** qui peut être de l'eau de solvatation ou de l'eau de cristallisation. Le départ de l'eau de solvatation détruit l'hydrate contrairement à l'eau de cristallisation qui peut partir sans engendrer la destruction de la structure.

## Les granulats

Les granulats occupent 60 à 75% du volume du béton. Ils jouent donc un rôle important dans la qualité du béton. On distingue les granulats fins (diamètre inférieur à 5 mm), les granulats moyens (entre 5 et 10 mm) et les gros granulats (entre 10 et 40 mm). Une granulométrie étalée est souhaitable pour l'efficacité de la pâte, car elle conduit à la diminution du volume des vides (Baroghel-Bouny, 1994).

## Le ciment portland

Le ciment Portland est obtenu en réduisant en poudre du clinker (mélanges de calcaire et d'argile cuits vers  $1450^{\circ}\text{C}$ ) constitué essentiellement de silicates de calcium hydraulique auxquels on ajoute du sulfate de calcium (gypse). Le diamètre moyen d'une particule de ciment est de  $10\text{ }\mu\text{m}$ .

Le Tableau 1.1 montre la composition minéralogique du ciment Portland (Kosmatka *et al.*, 1991). Ces quatre composés représentent 90% de la masse de ciment et les  $\text{C}_3\text{S}$  et  $\text{C}_2\text{S}$  représentent à eux seuls 75% de la masse de ciment. Ce sont les  $\text{C}_3\text{S}$  qui donnent au béton ses fortes résistances.

Le gypse contenu dans le ciment Portland sert à réguler les réactions de prise du ciment par formation d'un écran momentané de cristaux d'ettringite ( $\text{C}_3\text{A}, 3\text{CaSO}_4, 32\text{H}_2\text{O}$ ) à la surface des grains de  $\text{C}_3\text{A}$  qui sont très réactifs à l'eau. Ceci ralentit l'hydratation de  $\text{C}_3\text{A}$  et évite ainsi le phénomène de prise éclair.

Pour obtenir des bétons de haute performance on cherche à étendre le spectre des mélanges granulaires. Pour cela on utilise des éléments ultra-fins ayant un diamètre moyen de  $0,1\text{ }\mu\text{m}$  (ajouts cimentaires) destinés à remplir les microvides de l'empilement des grains en améliorant la compacité du mélange (nécessité d'une réduction des quantités d'eau). L'utilisation d'éléments ultra-fins est toujours combinée à l'emploi de superplastifiants. Les ajouts cimentaires sont des matériaux qui, combinés au ciment Portland, contribuent aux propriétés du béton durci par action hydraulique ou pouzzolanique ou les deux à la fois (Mehta et Monteiro, 2006). Une pouzzolane est un matériau siliceux ou aluminosiliceux qui, finement divisé et en présence d'humidité, réagit avec l'hydroxyde de calcium libéré par l'hydratation du ciment Portland pour former des composés possédant des propriétés liantes (Mehta et Monteiro, 2006).

### 1.1.2 La microstructure du béton

On peut décrire la microstructure du béton durci et de la pâte de ciment durcie comme étant constituée d'un solide poreux et de phases liquide et gazeuse présentes dans les pores (Baroghel-Bouny, 1994). Le volume poreux contient deux familles de cavités (Moranville-Regourd, 1992) :

Tableau 1.1 La composition minéralogique du ciment (Kosmatka *et al.*, 1991).

Silicate tricalcique	$C_3S$	$3CaO.SiO_2 = \text{alite.}$
Silicate bicalcique	$C_2S$	$2CaO.SiO_2 = \text{belite.}$
Aluminate tricalcique	$C_3A$	$3CaO.Al_2O_3$
Aluminoferrite tetracalcique	$C_4AF$	$4CaO.Al_2O_3.Fe_2O_3.$

- les pores de la structure des silicates hydratés (CSH)(leur taille est de quelques *nm*) ;
- les pores capillaires entre les hydrates, les bulles d'air et les fissures (taille de quelques centaines de *nm* à quelque *mm*). L'importance de la porosité capillaire dépend du rapport eau/ciment. Les propriétés mécaniques sont directement reliées à la porosité capillaire.

On observe dans le béton durci, une zone de pâte hydratée particulière autour des granulats, l'auréole de transition. L'épaisseur de cette zone augmente avec la grosseur de granulat et avec le rapport eau/ciment, mais reste dans tous les cas inférieure à 50  $\mu\text{m}$  (Baroghel-Bouny, 1994). Dans le cas des granulats peu poreux, l'auréole de transition se caractérise par (Baroghel-Bouny, 1994) :

- une première couche très compacte et de texture très fine, liée au granulat par des liaisons de type physique et peut-être de type chimique à la suite d'une dissolution superficielle du granulat.
- une seconde couche caractérisée par :
  - une porosité plus grande ;
  - des produits d'hydratation mieux cristallisés et orientés ;
  - moins de grains de ciment anhydres par rapport à la matrice pâte de ciment.

L'auréole existe aussi avec des granulats très poreux, mais on n'observe ni zone de moindre cohésion, ni orientation préférentielle des cristaux (Baroghel-Bouny, 1994).

La liaison entre pâte et granulat se fait donc par l'intermédiaire d'une zone de plus faible cohésion et, par conséquent, de moindre résistance mécanique que la matrice (présence de cristaux de grandes dimensions facilement clivables et zone de forte porosité). Cette zone constitue le point faible des bétons soumis à des actions mécaniques, les ruptures se produisent préférentiellement à ce niveau.

La microstructure de la pâte de ciment des bétons à haute performance (BHP) est plus dense, plus homogène et plus amorphe (Aitcin, 1998). En effet, on a vu précédemment que la silice réagissait avec l'hydroxyde de calcium, majoritairement présent dans l'interface liant-granulat, pour former les silicates hydratés (CSH). Il en résulte que l'emploi de fumée de silice entraîne une nette amélioration de la zone d'interface pâte-granulat, ou auréole de transition, par densification de celle-ci (Mehta et Monteiro, 2006).

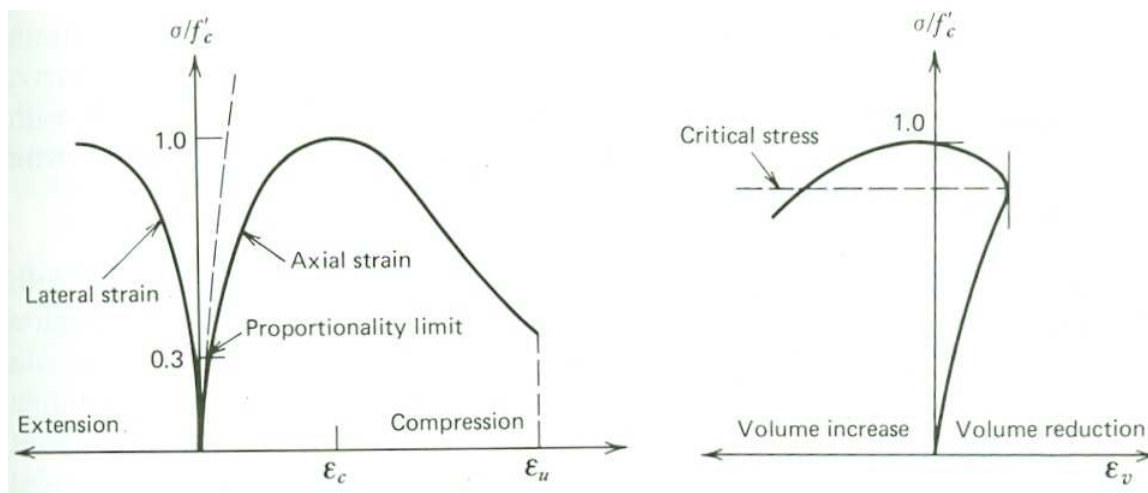


Figure 1.1 Courbes typiques contrainte-déformation pour un essai de compression simple (Chen et Saleeb, 1982)

### 1.1.3 Comportement mécanique du béton de masse

Dans les sciences de l'ingénieur, une des principales préoccupations est de comprendre le comportement mécanique des matériaux, y compris le béton, afin de maîtriser leurs réponses vis-à-vis les chargements externes.

#### Comportement uniaxial

Le comportement du béton en compression uniaxiale est montré sur la Figure 1.1. Le béton est quasiment élastique linéaire isotrope jusqu'à une contrainte inférieure à environ 30% de la résistance (Chen et Saleeb, 1982). Puis, la raideur décroît sensiblement et des micro-fissures se propagent à partir de nombreux défauts présents. La décroissance de la raideur est liée à la décohérence à l'interface pâte de ciment-granulat. Des courbes typiques de contrainte de compression axiale versus déformations axiale, latérale et volumétrique sont également présentées dans la Figure 1.1. Différentes courbes, avec différentes résistances en compression  $f_c$  et contrainte axiale-déformation sont montrées dans la Figure 1.2. Le pilotage de l'essai en déplacement permet de mettre en évidence le caractère du béton, qui passe d'un comportement rigidifiant à un comportement adoucissant. Cet endommagement du matériau se traduit lors d'une décharge par une diminution sensible du module d'élasticité et une présence de déformations inélastiques.

Au fait, la forme des courbes à la Figure 1.1 est associée au mécanisme interne, la progression des micro-fissures entre autre. Pour les contraintes dans la région inférieure à 30% de  $f_c$ , les fissures

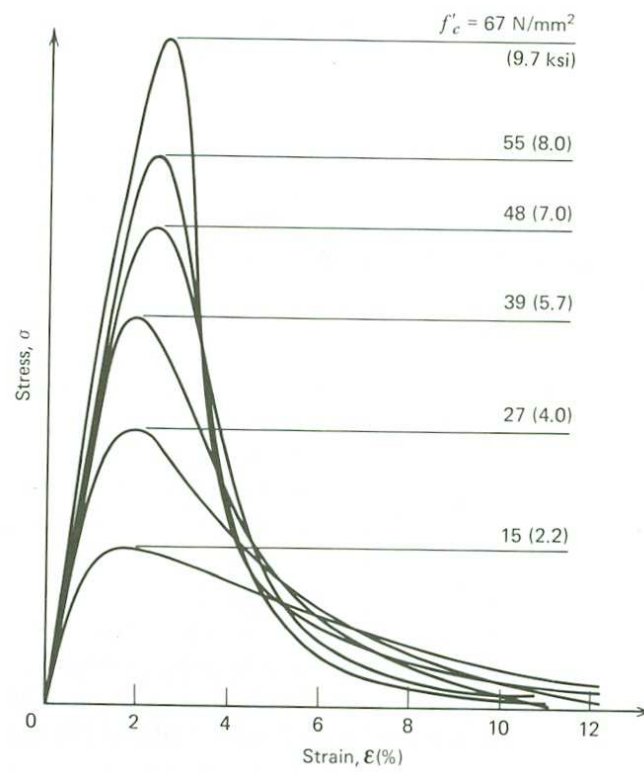


Figure 1.2 Courbes contrainte-déformation lors d'une compression de différentes compositions (Chen et Saleeb, 1982)

existant dans le béton sont inchangeables. Cela indique que l'énergie interne disponible est moins importante que l'énergie nécessaire à la création des surfaces discontinues (micro-fissures). Le niveau de contrainte correspondant à  $30\%f_c$  est proposé comme la limite élastique du béton (Mier, 1997).

Pour le niveau intermédiaire, entre 30 et 50% de  $f_c$ , les fissures commencent à se propager sous l'effet des concentrations de contrainte tout autour des lèvres de fissures. À ce niveau de contrainte, l'énergie interne disponible est, approximativement, balancée par l'énergie libérée par l'ouverture des fissures. À ce stade la propagation de fissure est stable dans le sens où les fissures ne croient pas rapidement jusqu'à leurs tailles finales si le niveau de contrainte est maintenue.

Pour les niveaux de contrainte entre 50 et 75% de  $f_c$ , quelques fissures naissent aux interfaces pâte-aggrégats. Au même temps, d'autres fissures croissent lentement. Si la charge est maintenue constante les fissures continuent à se propager. Quant aux contraintes supérieures à 75% de  $f_c$ , les plus larges fissures arrivent à leurs taille critique. L'énergie interne disponible est maintenant plus importante que celle libérée par la fissure. Donc, le taux de propagation de fissure augmente et le système est instable (Mier, 1997).

De manière générale, le comportement en tension uniaxiale présente une similarité avec le cas de compression uniaxiale. Comme le béton est un matériau fragile, sa résistance en tension correspond approximativement à 10% de sa résistance en compression (Figure 1.3) (Chen et Saleeb, 1982). En général, la limite d'élasticité de béton sous tension est de l'ordre de 60 à 80% de la valeur de la résistance en traction (Peterson, 1981). Sous ce type de chargement, les fissures se forment perpendiculairement à la direction de chargement. Une fois les fissures se développent, le matériau se dégrade rapidement. Ceci indique sa forte instabilité à la tension.

Lorsqu'une éprouvette de béton est chargée en traction, jusqu'à atteindre le régime adoucissant, puis chargée en compression, on observe une restauration progressive de la raideur (Ju, 1989; Lee et Fenves, 1998; Nechnech, 2000).

### **Comportement biaxial**

Il est possible de résumer la réponse du béton sous un chargement de compression biaxiale (Figure 1.4), de tension-compression combinée (Figure 1.5) et de tension biaxiale (Figure 1.6) comme suit (Chen et Saleeb, 1982) :

1. Pour la compression biaxiale, la résistance maximale en compression augmente avec l'état de



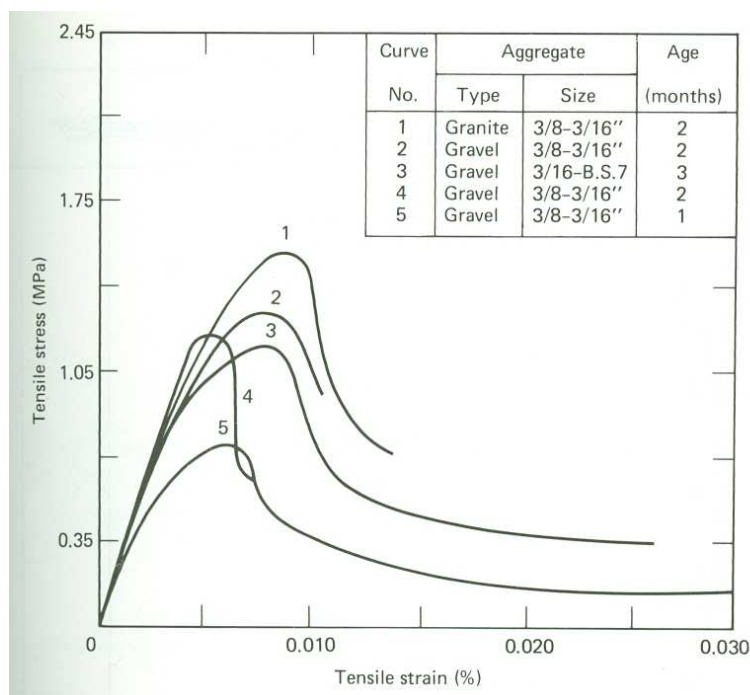


Figure 1.3 Courbes typiques contrainte-déformation pour un test de tension simple (différents aggrégats) (Chen et Saleeb, 1982)

contrainte. Cette augmentation est de l'ordre de 25% pour un rapport de contrainte  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0,5$  et de l'ordre de 16% pour un état de compression biaxiale égale ( $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$ ). Sous un état combiné de compression-tension, la résistance en compression diminue linéairement avec l'augmentation de la contrainte en tension. Quant à la tension biaxiale, la résistance est du même ordre que la résistance en tension uniaxiale (Chen et Saleeb, 1982).

- La ductilité de béton (sous différents états biaxiaux) a des valeurs différentes, dépendamment de la nature des états : compression ou tension. Pour une compression uniaxiale ou biaxiale (Figure 1.5), la valeur moyenne maximale de la déformation compressive est autour de 3000  $\mu\text{m/m}$ , alors que la valeur maximale de la déformation en tension varie, approximativement, de 2000 à 4000  $\mu\text{m/m}$ . La ductilité en tension est plus importante sous un état de compression biaxiale que celle en compression uniaxiale. En tension simple et biaxiale, la valeur moyenne de la déformation principale maximale est de l'ordre de 80  $\mu\text{m/m}$ .
- Quand on s'approche du point de rupture, une augmentation du volume est constatée durant l'augmentation continue de la contrainte compressive (Figure 1.6). Cette augmentation inélastique du volume est appelée dilatance, usuellement attribuée à la croissance progressive des microfissures du béton (Mier, 1997; Chen et Saleeb, 1982).

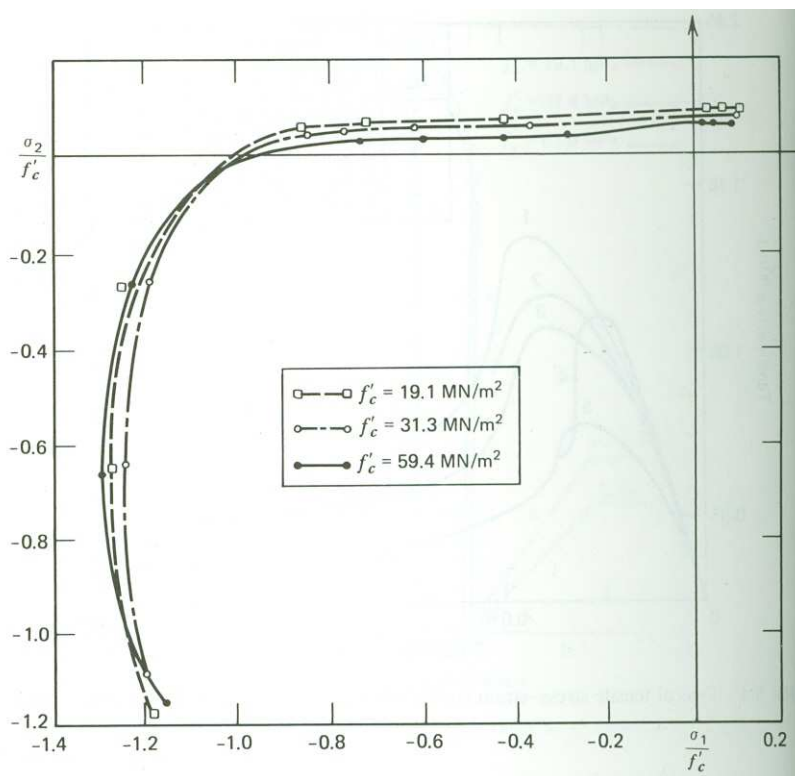


Figure 1.4 Enveloppe de résistance biaxiale du béton (Chen et Saleeb, 1982)

## 1.2 Impact des hautes températures sur le béton

Le béton est un matériau à nature complexe. À haute température, il est le siège de fortes modifications physico-chimiques qui influencent l'évolution de ses propriétés mécaniques avec la température. La déshydratation, les réactions de transformation, la pression dans les pores, la dilatation différentielle entre la pâte de ciment et les granulats engendrent d'importants effets sur la résistance de béton à haute température. Les résultats issus de différentes investigations sur le comportement du béton exposé à des hautes températures conduisent à des interprétations différentes. Ces différences ne sont pas dues seulement à la nature et au type du béton, mais aussi aux conditions expérimentales comme : la durée et le taux de chauffage et de refroidissement, la géométrie des éprouvettes, etc. (Noumowé, 1995).

Les recherches menées jusqu'à présent sur les bétons ont visé principalement l'amélioration de ses performances mécaniques à l'état durci aussi bien qu'à l'état frais. En revanche, l'amélioration de ses performances vis-à-vis du comportement au feu reste un champ d'investigation assez peu développé. L'objectif de la section qui suit est donc d'analyser l'évolution des propriétés intrinsèques

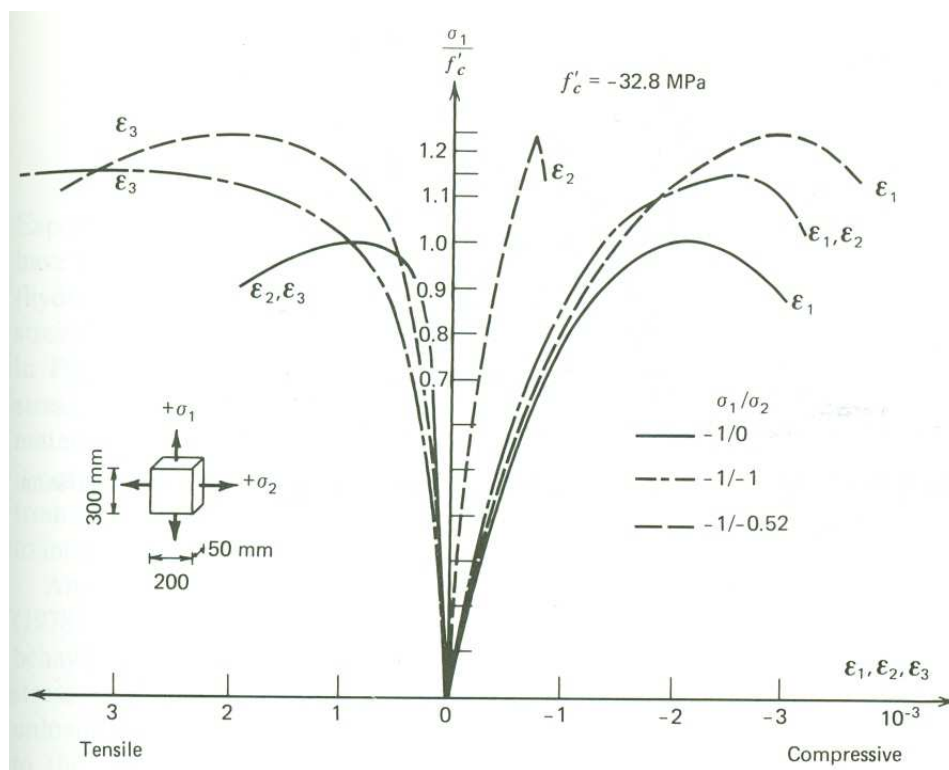


Figure 1.5 Relations contrainte-déformation du béton sous un état de compression biaxiale (Chen et Saleeb, 1982)

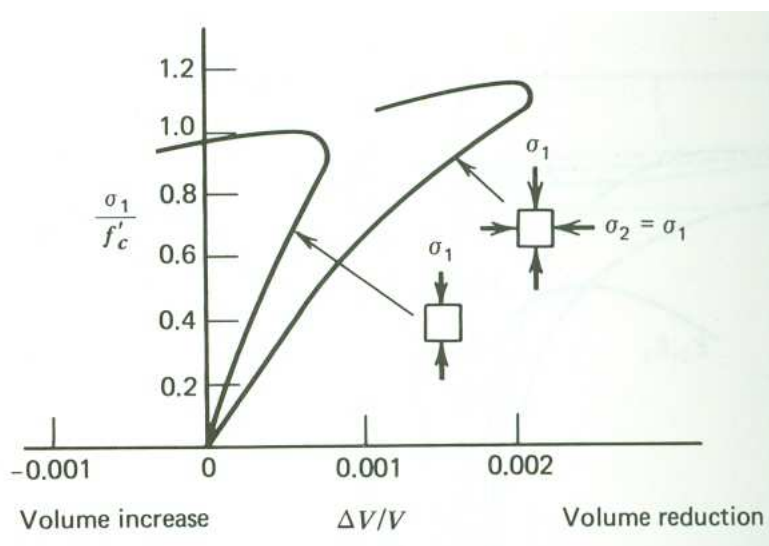


Figure 1.6 Courbes typiques contrainte-déformation pour un changement de volume sous compression biaxiale (Chen et Saleeb, 1982)

du béton avec la température.

### 1.2.1 Modifications des propriétés des constituants d'un béton à haute température

#### Analyse thermique

L'analyse thermo-gravimétrique ou thermodifférentielle met en évidence les transformations physico-chimiques qui se produisent suite à l'élévation de la température. Ces modifications sont représentées par des pics sur les thermographes (Figures 1.8 et 1.7). Ces essais aident à analyser les différentes étapes et les modifications qui se produisent au sein du béton. Nous décrivons ici les principaux phénomènes observés expérimentalement (Choinska, 2006) :

1. entre 30 et 105°C, l'eau libre et une partie de l'eau adsorbée s'évacuent du béton, tandis que l'eau non-liée est intégralement éliminée à 120°C (Noumowé, 1995).
2. entre 110-130°C et 170°C, la décomposition du gypse (Noumowé, 1995; Alarcon-Ruiz *et al.*, 2005) et de l'ettringite (Zhou et Glasser, 2001), accompagnée de la perte d'une partie de l'eau liée des carbo-aluminates hydratés (Nonnet *et al.*, 1999), peut avoir lieu. Cependant, selon certain auteur (Baroghel-Bouny, 1994), le gypse et de l'ettringite se déshydratent dès que la température atteint 80°C.
3. à partir de 180°C, et jusqu'à 300°C, due à la perte de l'eau liée, la première étape de la déshydratation chimique du gel du CSH a lieu. Cela signifie que les produits hydratés se transforment en produits anhydres avec l'eau devenue libre, qui s'évapore (pendant le chauffage). Cependant, selon Harmathy and Bazant et Wittmann, la déshydratation a lieu à partir de 105°C (Harmathy, 1970; Bazant et Wittmann, 1982), alors que Baroghel-Bouny avance que la température de déshydratation a déjà commencé (Baroghel-Bouny, 1994).
4. entre 450 et 550°C, la portlandite se décompose en chaux libre et en eau, qui s'évapore (Noumowé, 1995).
5. entre 600 et 700°C, une seconde étape de la déshydratation des phases de CSH, résultant d'une formation de silicates bicalciques et d'une libération d'eau, a lieu (Bazant et Kaplan, 1996).
6. entre 700 et 900°C, il y a décomposition du carbonate de calcium, contenu dans les granulats calcaires et dans la pâte de ciment contenant du filler calcaire. Cette réaction de décomposition en chaux libre est accompagnée d'une libération de gaz carbonique.
7. à partir de 1300°C s'amorce la fusion des agrégats et de la pâte de ciment.

Au-delà de ces principales modifications, d'autres constituants de la pâte de ciment subissent des transformations au cours du traitement thermique. Castellote *et al.* proposent une évolution de la composition de la pâte au cours d'un échauffement grâce à la technique de la diffraction de neutrons (voir Figure 1.9) (Castellote *et al.*, 2004).

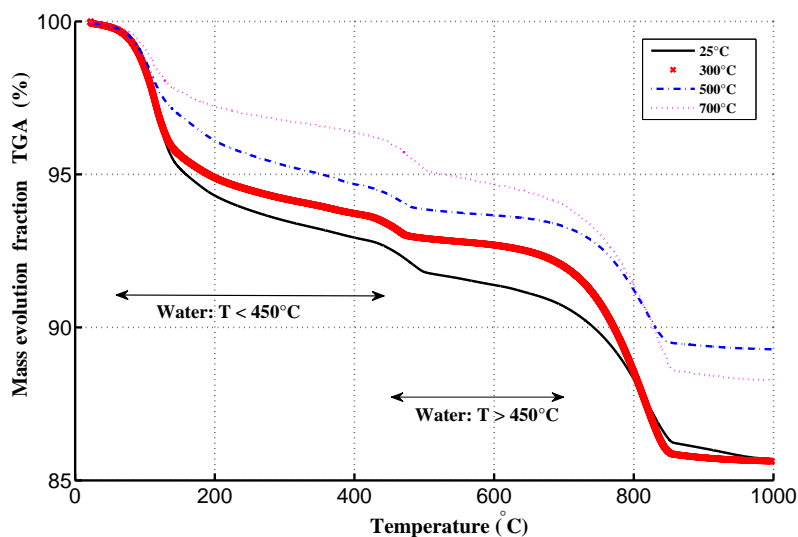


Figure 1.7 Évolution des fractions massiques d'un béton ordinaire chauffé

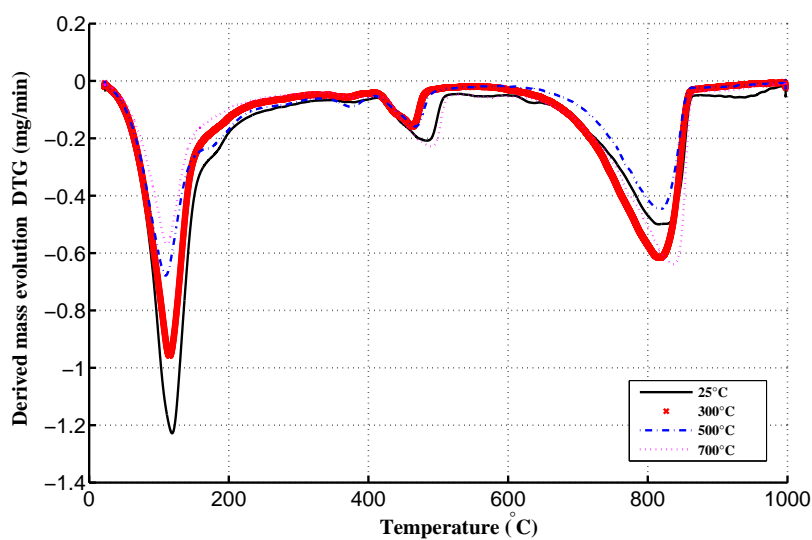


Figure 1.8 DTG pour un mortier de béton soumis à haute température

### Évolution des granulats

Dans l'industrie de béton, on utilise différents types de granulats : calcaires, siliceux, silico-calcaire, grès, basalte, argile expansé, etc. Selon leur composition pétrographique et leur teneurs, les modifications physico-chimiques des granulats peuvent avoir des différentes issues à haute température.

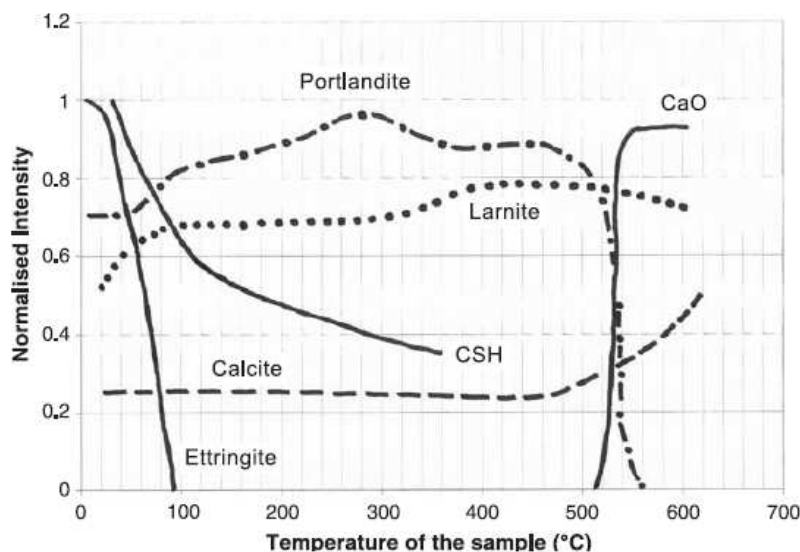


Figure 1.9 Évolution des différentes phases analysées lors d'un chauffage (Castellote *et al.*, 2004)

Dans le cas des granulats siliceux, l'eau adsorbée est partiellement libérée entre 120 et 600°C, ce qui provoque un clivage et une réduction de la résistance des granulats. À 575°C, il se produit la transformation allotropique du quartz, c'est-à-dire le passage brusque et stable du quartz- $\alpha$  à une autre forme du quartz- $\beta$ . Cette variation structurelle provoque un endommagement dans le béton (Schneider *et al.*, 1982). De plus, cette transformation s'accompagne d'un gonflement du granulat de l'ordre de 1 à 1.4% (Bazant et Kaplan, 1996).

Quant aux granulats calcaires, le comportement thermique est plus stable jusqu'à 700°C. Au-delà de cette température, on assiste à la décarbonatation du calcaire :  $CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ . Cela entraîne une destruction du granulat. Le monoxyde de calcium relâché peut réagir avec de l'eau pour reformer de la portlandite (Dias *et al.*, 1990). Une autre conséquence directe de cette réaction est la croissance des fissures dans le béton qui conduit inéluctablement à la diminution de la résistance à haute température (Dias *et al.*, 1990).

### Dégradation de l'interface pâte-granulats

À l'élévation de la température, la matrice cimentaire et les granulats affichent deux comportements opposés. Au delà de 105°C, la matrice cimentaire subit un retrait contrairement aux granulats qui subissent une expansion. D'après la Figure 1.10, on peut assister à une évolution complètement contradictoire. Durant la montée en température, les granulats se dilatent de manière continue, alors que la pâte de ciment se dilate dans un premier temps, puis se contracte fortement. Cette

incompatibilité de comportement à l'interface pâte de ciment/granulats induit ainsi des contraintes de traction dans la pâte de ciment et de la compression dans les granulats. Ce qui engendre des fissures.

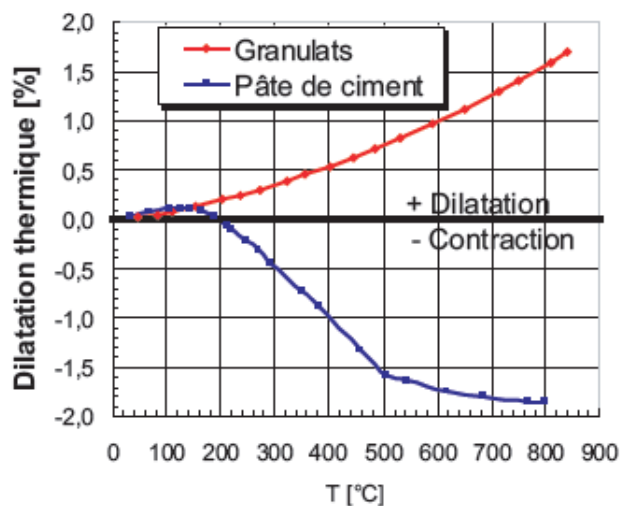


Figure 1.10 Dilatation thermique de la pâte de ciment et des granulats (Castellote *et al.*, 2004)

## 1.2.2 Modifications des propriétés physico-chimiques

### Évolution de la porosité

Le béton est un matériau biphasique composé d'une phase solide et d'une deuxième phase fluide. La porosité totale, selon son étendue, peut être mesurée par saturation d'eau (pour les pores de rayon compris entre  $0,1 \mu m$  et  $2,5 mm$ ) et la porosité capillaire se mesure généralement par porosimétrie au mercure (pour les pores de rayon compris entre  $0,005 \mu m$  et  $1,0 mm$ ). Les travaux menés sur l'évolution de ce paramètre montrent que la porosité augmente en fonction de la température (Noumowé, 1995; Kalifa et Tsimbrovska, 1998). Cette augmentation est due en partie à l'augmentation du volume totale des pores ainsi qu'à la microfissuration engendrée par dilatation différentielle entre la pâte et les granulats (voir paragraphe 1.2.1). La Figure 1.11 montre la variation de la porosité totale en fonction de la température d'un béton ordinaire et d'un BHP mesurée par la méthode de la saturation d'eau (Kalifa et Tsimbrovska, 1998). On distingue clairement qu'entre  $105$  et  $400^\circ C$ ,

la porosité augmente de 3%. Cette croissance est associée au départ de l'eau qu'elle soit présente dans le réseau ou chimiquement liée. Kalifa et Tsimbrovska expliquent que la diminution de la porosité du BO entre 200 et 300°C est associée à la densification due à l'hydratation complémentaire et à une carbonatation de la portlandite en condition d'autoclavage interne, c'est-à-dire sous une pression supérieure à la pression atmosphérique. Par contre, cette densification n'est pas observable pour le BHP qui contient très peu de portlandite, grâce à la présence de fumée de silice (Kalifa et Tsimbrovska, 1998).

La Figure 1.12 montre la variation de la porosité totale en fonction de la température mesurée sur le BO ( $f_c = 38, 1\text{MPa}$ ) et le BHP ( $f_c = 61, 1\text{MPa}$ ) (Noumowé, 1995). On voit clairement que la porosité augmente très peu entre 22 et 120°C. Ceci confirme le fait qu'à cette température, l'eau libre s'est évaporée mais la microstructure du béton n'est pas modifiée. En conclusion, on peut dire que (Noumowé, 1995) :

1. entre 25 et 105°C, la structure poreuse des bétons est peu modifiée ;
  2. entre 105 et 600°C, la déshydratation des CSH et de la portlandite  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  conduit à une augmentation considérable de la porosité et la microstructure des bétons est fortement modifiée.
- La température engendre une augmentation du volume totale des pores.

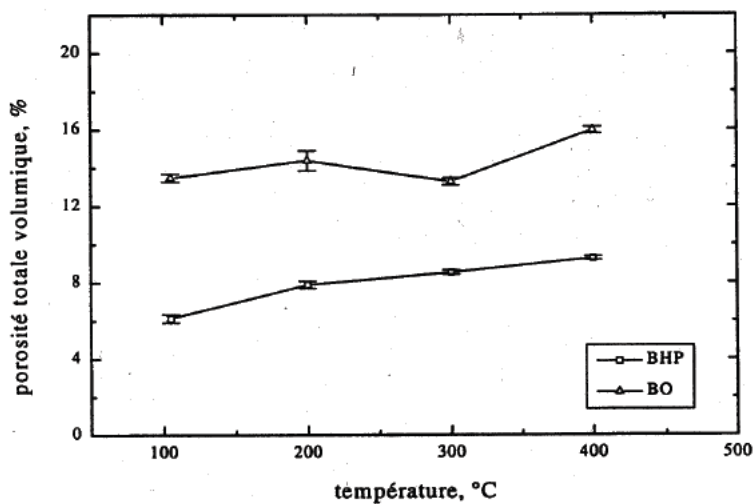


Figure 1.11 Porosité totale à l'eau en fonction de la température de conditionnement (Kalifa et Tsimbrovska, 1998)



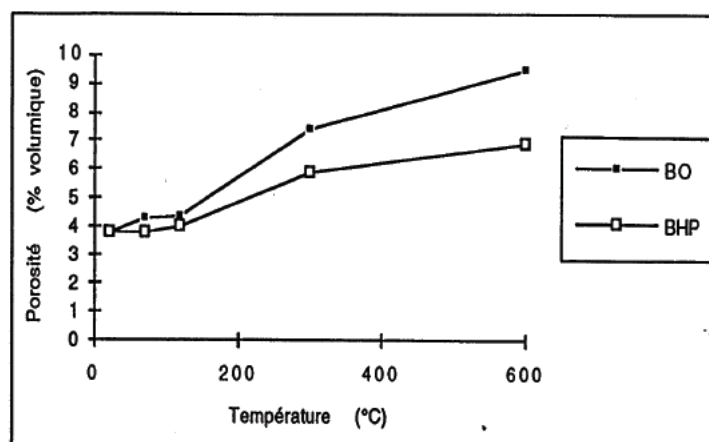


Figure 1.12 Porosité en fonction de la température de conditionnement (Noumowé, 1995)

### Évolution de la perméabilité

La perméabilité est une mesure assez populaire dans l'évaluation des bétons exposés à des hautes températures spécifiquement pour évaluer les propriétés de transport du béton. Elle dépend fondamentalement de la porosité de la pâte de ciment qui, à son tour, est tributaire du rapport  $E/C$  ainsi que de la maturité du béton.

Tsimbrovska a étudié la perméabilité des mortiers issus de BO et de BHP soumis à hautes températures (105, 200, 300 et 400°C). L'étude rapporte que l'augmentation de la perméabilité est surtout importante entre 200 et 400°C et elle est due à l'augmentation des rayons des pores capillaires jusqu'à 300°C et à l'apparition des micro-fissures à des températures supérieures (Tsimbrovska, 1998).

### Perte de masse au cours du chauffage du béton

Noumowé a étudié la variation de masse d'un béton soumis à de hautes températures. Sur les courbes de variations de masse du béton ordinaire (OC) et du béton de haute performance (BHP) (Figures 1.13 and 1.14), on distingue trois zones (Noumowé, 1995) :

1. entre la température ambiante et  $\approx 105^\circ\text{C}$ , la perte de masse est faible ( $< 1\%$ ), elle est due au départ de l'eau libre contenue dans les capillaires.
2. entre 105 et  $\approx 300^\circ\text{C}$ , la perte de masse est plus importante. Elle est due au départ de l'eau contenue dans les hydrates (CSH). Les liaisons chimiques entre l'eau et les silicates se

rompent : l'eau adsorbée en surface du gel de ciment et l'eau de constitution du gel passent à l'état libre.

3. au-dessus de 300°C, la perte de masse redevient plus faible. Cette perte n'est pas encore totalement expliquée.

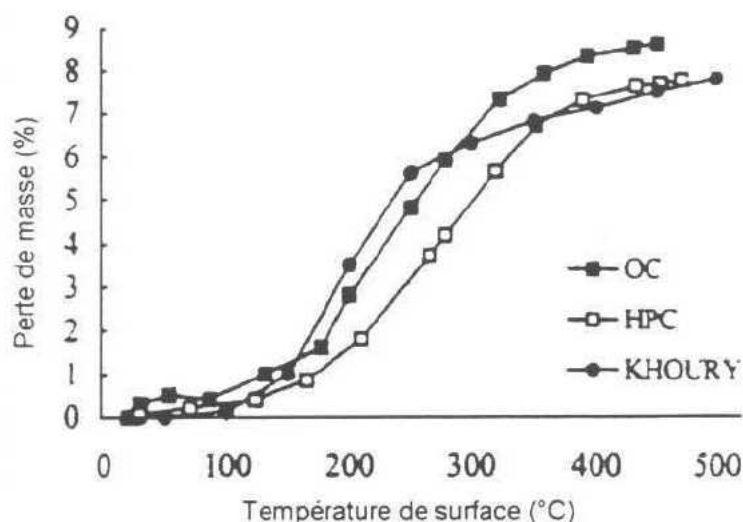


Figure 1.13 Perte de masse d'échantillons de béton chauffés à une vitesse de 1°C/mn (Noumowé, 1995)

### 1.2.3 Évolution des caractéristiques mécaniques avec la température

À température ambiante, le béton est considéré comme un matériau fragile. Il affiche un comportement dissymétrique en traction et en compression. Sous une élévation de température, le béton devient le siège des réactions de transformation assez complexes. La microstructure subit d'importantes altérations et modifications physico-chimiques. À cause de l'effet de ces différentes transformations, qui prennent place au sein du matériau lors de l'élévation de la température, les propriétés mécaniques évoluent fortement. Les propriétés qui peuvent être affectées à haute température sont : la résistance en compression, résistance en traction, déformation au peak, module d'élasticité, coefficient de Poisson, déformation de fluage, déformation thermique et d'autres fonctions de nature nonlinéaire par rapport à la température. Aussi, le type d'agrégat utilisé influence énormément le comportement du béton exposé à des hautes températures (Noumowé, 1995).

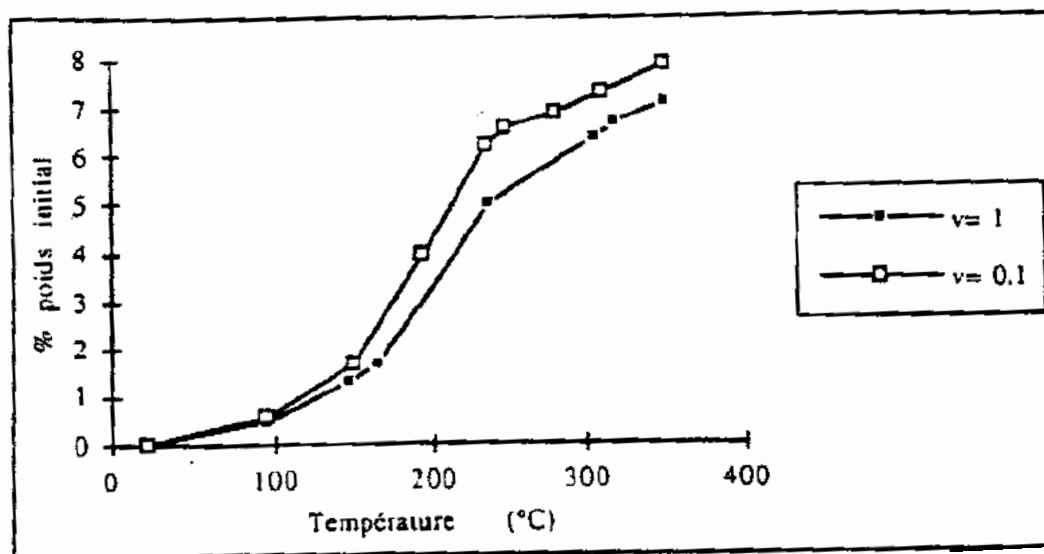


Figure 1.14 Variation de masse d'un BO à chaud pour deux vitesses de chauffage ( $v = 0.1^\circ\text{C}/mn$  et  $1^\circ\text{C}/mn$ ) (Noumowé, 1995)

### Résistance en compression

La résistance en compression, à température ambiante ou à haute température, dépend essentiellement de la composition initiale du matériau (type et de la taille de granulats, rapport eau/ciment, liant, ajouts cimentaires, etc). La combinaison de plusieurs facteurs peut influencer la résistance du béton, mais la principale raison de la diminution de la résistance est l'évolution de la microstructure à cause de la déshydratation (retrait de la matrice provoqué par la phase de séchage et de déshydratation) (Dejong et Ulm, 2007). La plupart des études mécaniques du béton à haute température portent sur le comportement du matériau en compression uniaxiale à cause de la simplicité de l'essai. Une importante remarque qu'il faut souligner est la distinction entre les essais réalisés à chaud et ceux réalisés après refroidissement. En effet, l'expérience montre que les éprouvettes à chaud ont une résistance en compression plus importante que les éprouvettes refroidies (Lee *et al.*, 2008). Dias *et al.* observent une déstintégration des échantillons pendant la phase de refroidissement après chauffage à  $400^\circ\text{C}$ . Ceci peut être associé à la dissociation de l'hydroxyde de calcium et à la réhydratation expansive qui s'en suit (Dias *et al.*, 1990). Il est possible que le fluage thermique transitoire dans la pâte de ciment lors de la montée en température implique des fortes tractions dans celle-ci pendant le refroidissement.

Certains bétons présentent une augmentation de la résistance en compression pour des températures

entre 100 et 300°C. Ces constatations peuvent être faites en particulier sur des courbes expérimentales de Harada *et al.* (Harada *et al.*, 1972). La Figure 1.15 montre les résistances en compression à chaud sur deux types de béton et les résistances résiduelles à froid mesurées sur un béton à haute performance. Jusqu'à 100°C, la diminution de la résistance ne dépassant pas les 20% sous les deux types d'essais, à chaud ou à froid. Une augmentation de la résistance est observée entre 100 et 200°C. Dejong et Ulm expliquent que cette augmentation par la phase de séchage et le début de la déshydratation provoquant un retrait de la matrice, améliorant ainsi la compacité du matériau et donc sa résistance en compression (Dejong et Ulm, 2007). Enfin, notons que lorsque le rapport eau/ciment est faible la résistance à chaud reste aussi faible et diminue avec la température (Harada *et al.*, 1972). Au delà de 200°C, le béton est complètement sec, la résistance en compression diminue progressivement en fonction de la température. Les travaux de Schneider *et al.* ont montré les mêmes variations de la résistance résiduelle à la compression en fonction de la température (Figure 1.16). Pour le béton ordinaire, on observe l'évolution de sa résistance à chaud comme suit (Schneider *et al.*, 1982) :

1. entre 0 et 120°C, une baisse de résistance à chaud ;
2. après 130°C, une légère augmentation de résistance. Cette augmentation de résistance est peut être due à la densification de la pâte de ciment évoquée ci-dessus ;
3. après 300°C, une rapide dégradation des propriétés mécaniques du béton.

Sur la base des études antérieures, Aslani et Bastami ont compilés différents travaux sur les importants modèles traitant la résistance en compression du béton à haute température (Aslani et Bastami, 2011). Le tableau 1.2 résume les différents modèles existants.

### **Résistance en traction**

L'évolution de la résistance en traction en fonction de la température a été peu étudié. Compte tenu de la localisation de l'endommagement et du développement d'une macrofissure généralement instable, qui mène par la suite à la rupture brutale du matériau, il s'avère difficile de réaliser un tel essai que ce soit pour la traction directe ou par flexion. Les travaux réalisés à haute température montrent une chute de la résistance en traction avec la température de façon quasi-linéaire. La Figure 1.17 regroupe les résistances résiduelles déterminées en flexion par Malhotra *et al.* (Malhotra *et al.*, 1989) et en traction directe par Noumowé (Noumowé, 1995). Les mesures ont été effectuées sur des éprouvettes ayant préalablement été refroidies. Dès 150°C, la résistance en traction directe baisse de 15 à 20%, alors qu'elle ne diminue que 8 à 9% pour la compression. Après exposition à 500°C, les bétons gardent 60 à 63% de leur résistance en compression, alors qu'ils n'ont plus que 42 à 53% de leur résistance en traction.

Tableau 1.2 Modèles pour l'estimation de la résistance en compression à haute température (Aslani et Bastami, 2011)

Référence	Résistance en compression à haute température (Essais non-chargés)
(Lie et Lin, 1985)	$f_c(T) = f_c \left( 2.011 - 2.353 \frac{T - 20}{1000} \right) \leq f_c$
(Lie <i>et al.</i> , 1986)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c (1 - 0.001T) & T \leq 500^\circ\text{C} \\ f_c (1.375 - 0.00175T) & 500 \leq T \leq 700^\circ\text{C} \\ 0 & T \geq 700^\circ\text{C} \end{cases}$
(Eurocode2, 2004)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c & T \leq 100^\circ\text{C} \\ f_c (1.067 - 0.00067T) & 100 \leq T \leq 400^\circ\text{C} \\ f_c (1.44 - 0.0016T) & T \geq 400^\circ\text{C} \end{cases}$
(ASCE, 1992)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c & 20 \leq T \leq 450^\circ\text{C} \\ f_c \left[ 2.011 - 2.353 \left( \frac{T - 20}{1000} \right) \right] & 450 \leq T \leq 874^\circ\text{C} \\ 0 & T \geq 874^\circ\text{C} \end{cases}$
(Lie et Irwin, 1993)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c & 0 \leq T \leq 450^\circ\text{C} \\ f_c [2.06 - (T/425)] & T \geq 450^\circ\text{C} \end{cases}$
(Chang, 2001)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c (1 - 0.001T) & 0 \leq T \leq 500^\circ\text{C} \\ f_c [1.6046 + (1.3T^2 - 2817T) 10^{-6}] & T \geq 500^\circ\text{C} \end{cases}$
(Kodur <i>et al.</i> , 2004)	$f_c(T) = \begin{cases} f_c [1.0 - 0.003125 (T - 20)] & T \leq 100^\circ\text{C} \\ 0.75 f_c & 100 \leq T \leq 400^\circ\text{C} \\ f_c [1.33 - 0.00145T] & 400^\circ\text{C} \leq T \end{cases}$
(Li et Purkiss, 2005)	$f_c(T) = f_c \left( 0.00165 \left( \frac{T}{100} \right)^3 - 0.03 \left( \frac{T}{100} \right)^2 + 0.025 \left( \frac{T}{100} \right) + 1.002 \right)$
(Hertz, 2005)	$f_c(T) = f_c \left[ 1 / \left( 1 + \frac{T}{T_1} + \left( \frac{T}{T_2} \right)^2 + \left( \frac{T}{T_8} \right)^8 + \left( \frac{T}{T_{64}} \right)^{64} \right) \right]$
(Chang <i>et al.</i> , 2006)	$f_c(T) = f_c \left( 1.008 + \frac{T}{450 \ln(T/5800)} \right) \geq 0.0 \quad 20 \leq T \leq 800^\circ\text{C}$
(Chang <i>et al.</i> , 2006)	$f_c(T) = f_c \begin{cases} 1.01 - 0.00055 & 20 \leq T \leq 200^\circ\text{C} \\ 1.15 - 0.00125T & 200 \leq T \leq 800^\circ\text{C} \end{cases}$

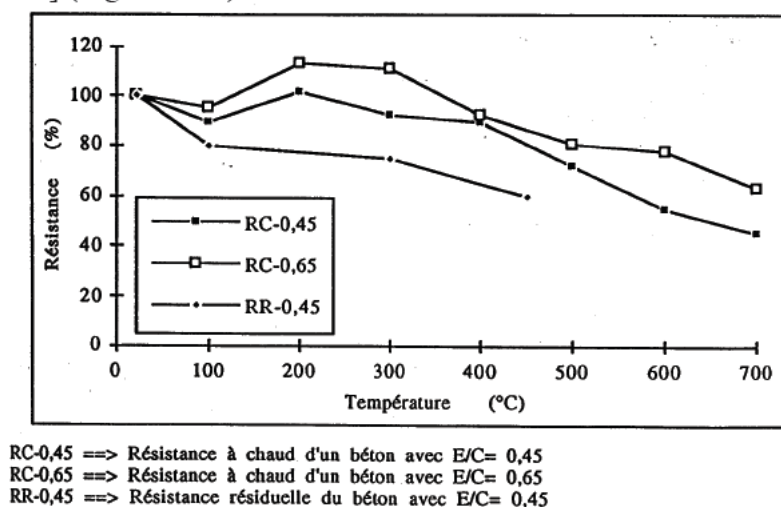


Figure 1.15 Rapport des résistances à chaud et des résistances résiduelles sur la résistance initiales (à froid) en fonction de la température (Harada *et al.*, 1972)

Cinq modèles ont été présentés dans la littérature pour évaluer numériquement la résistance en traction à haute température. Le tableau 1.3 récapitule ces modèles qui ont été construits à partir des régressions numériques des données expérimentales.

### Module élastique

Le module élastique est une caractéristique intrinsèque au matériau. Il est déterminé à partir des courbes contrainte-déformation lors d'un essai de compression ou de traction ainsi qu'à partir des courbes charge-flèche dans le cas d'un essai de flexion. Le module élastique dépend de la température (Castillos et Durrani, 1990). Cette dépendance est modulée par la nature des constituants.

Les Figures 1.18 et 1.19 montrent les évolutions élastiques à chaud et résiduelles obtenues par (Dias *et al.*, 1990). Ces auteurs ont fait trois séries d'essais différentes. Dans la série I, les échantillons sont chauffés sans charge à un taux de  $1^{\circ}\text{C}/\text{min}$  à la température désirée puis maintenus à cette température jusqu'à ce que la stabilité dimensionnelle soit atteinte. L'échantillon est par la suite chargé. Dans la série II, les échantillons sont chauffés de la même façon que pour la série I, mais une fois que la stabilité dimensionnelle est atteinte, ils sont refroidis jusqu'à la température d'essai à une vitesse de  $0.5^{\circ}\text{C}/\text{min}$  avant d'être chargés. Dans la série III, les échantillons sont chargés avant d'être chauffés à  $1^{\circ}\text{C}/\text{min}$  à différentes températures maximales. La valeur du module résiduel supérieure à celle du module initial observée à une température de  $120^{\circ}\text{C}$  (Figure 1.19) est vraisemblablement due à une densification causée par fluage thermique transitoire. Cette expérience montre donc

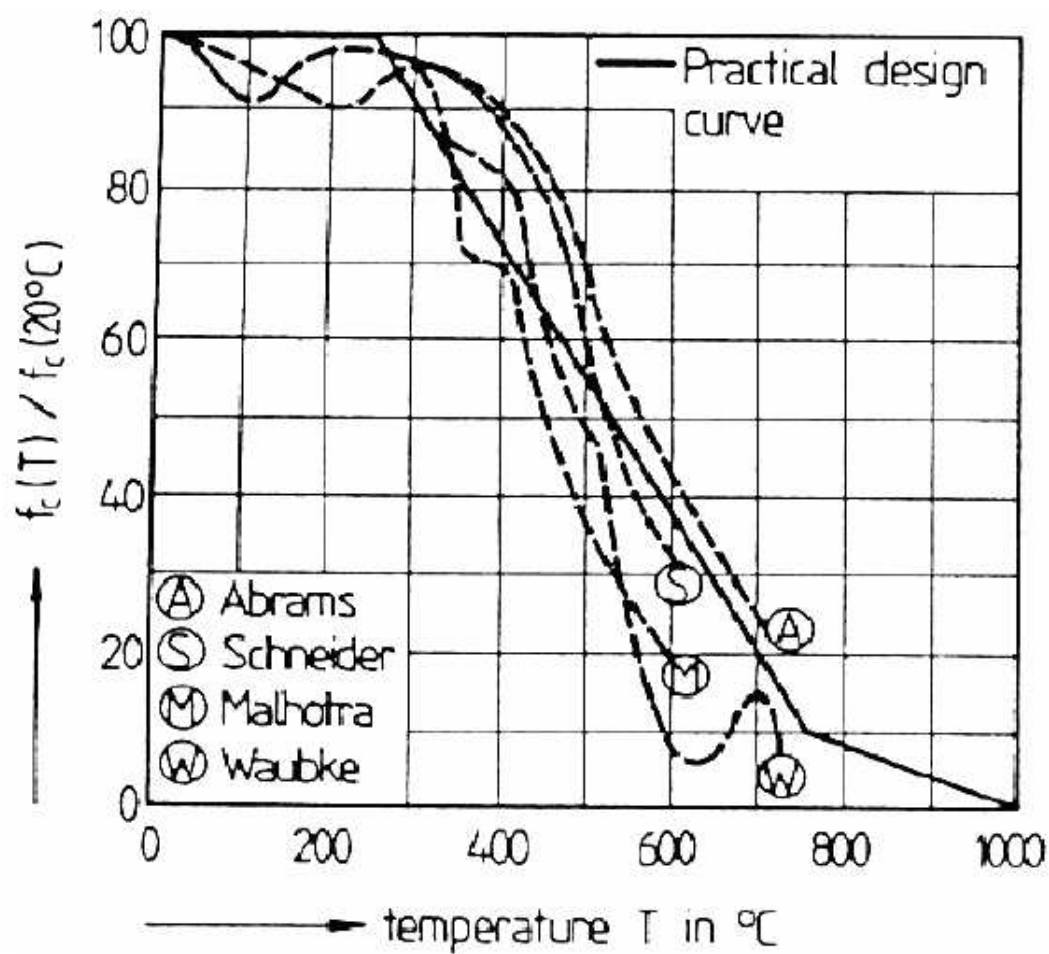


Figure 1.16 Rapport de la résistance en compression sur la résistance initiale en fonction de la température (Schneider *et al.*, 1982)

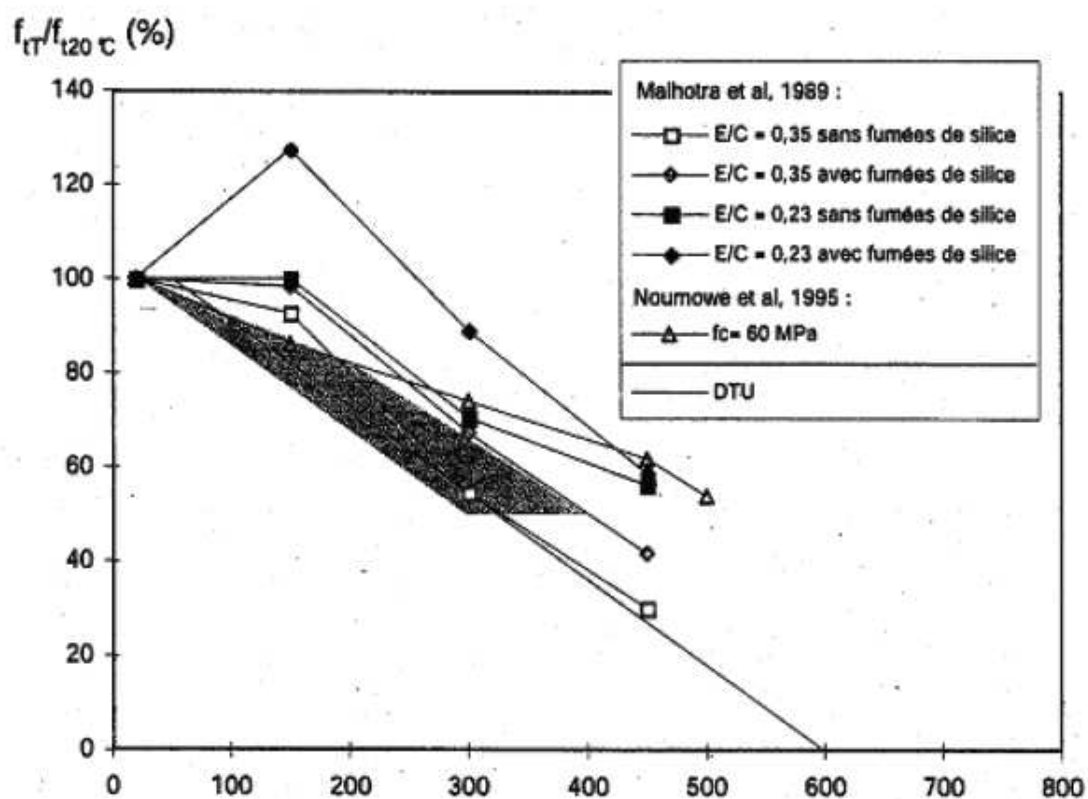


Figure 1.17 Évolution de la résistance à la traction en fonction de la température (Schneider *et al.*, 1982)



Tableau 1.3 Modèles pour l'estimation de la résistance en tension à haute température (Aslani et Bastami, 2011)

Référence	Résistance en traction à haute température (Essais non-chargés)
(Bazant et Chern, 1987)	$f_t(T) = f_t \begin{cases} (-0.000526T + 1.01052) & 20 \leq T \leq 400^\circ\text{C} \\ (-0.00252T + 1.8) & 400 \leq T \leq 600^\circ\text{C} \\ (-0.0005T + 0.6) & 600 \leq T \leq 1000^\circ\text{C} \end{cases}$
(Eurocode2, 2004)	$f_t(T) = k_t(T)f_t \text{ où } k_t(T) = \begin{cases} 1 & 20 \leq T \leq 100^\circ\text{C} \\ 1 - \left(\frac{T - 100}{500}\right) & 100 \leq T \leq 600^\circ\text{C} \end{cases}$
(Terro, 1998)	$f_t(T) = f_t(f_c(T)/f_c) \text{ où } f_t = f_c/10$
(Xio et Konig, 2004)	$f_t(T) = f_t(1 - 0.001T) \quad 20 \leq T \leq 1000^\circ\text{C}$
(Chang <i>et al.</i> , 2006)	$f_t(T) = f_t \begin{cases} (1.05 - 0.0025T) & 20 \leq T \leq 100^\circ\text{C} \\ 0.80 & 100 \leq T \leq 200^\circ\text{C} \\ (1.02 - 0.0011T) & 200 \leq T \leq 800^\circ\text{C} \end{cases}$

l'importance du chargement. Entre 200 et 300°C, Dias *et al.* remarquent que le module d'élasticité reste à peu près constant en dépit de la perte de masse. Ils expliquent ce phénomène par le fait que l'effet nuisible dû à la perte d'eau chimiquement liée est compensé par une éventuelle densification liée à la contraction du matériau lors du chauffage. La chute des modules au-delà de 600°C est due à une augmentation rapide du rayon principal des pores.

### Le fluage thermique transitoire

Le fluage thermique est la propriété des bétons à se déformer de façon très importante lorsqu'ils sont simultanément soumis à une sollicitation mécanique et à un régime thermique transitoire, essentiellement lors de la première montée en température (Schneider, 1976). Les déformations ainsi engendrées sont largement supérieures à celles d'origine élastique et au fluage propre même si celui-ci est activé aux températures élevées (Schneider, 1976).

Khoury *et al.* introduisent cette notion. D'après les auteurs, le fluage thermique transitoire adapte les incompatibilités thermiques entre la pâte de ciment et les granulats, spécialement au-delà de 100°C quand la pâte de ciment rétrécit alors que les granulats se dilatent. Le fluage thermique transitoire provient de la pâte de ciment et est restreint par le granulat (Khoury *et al.*, 1985).

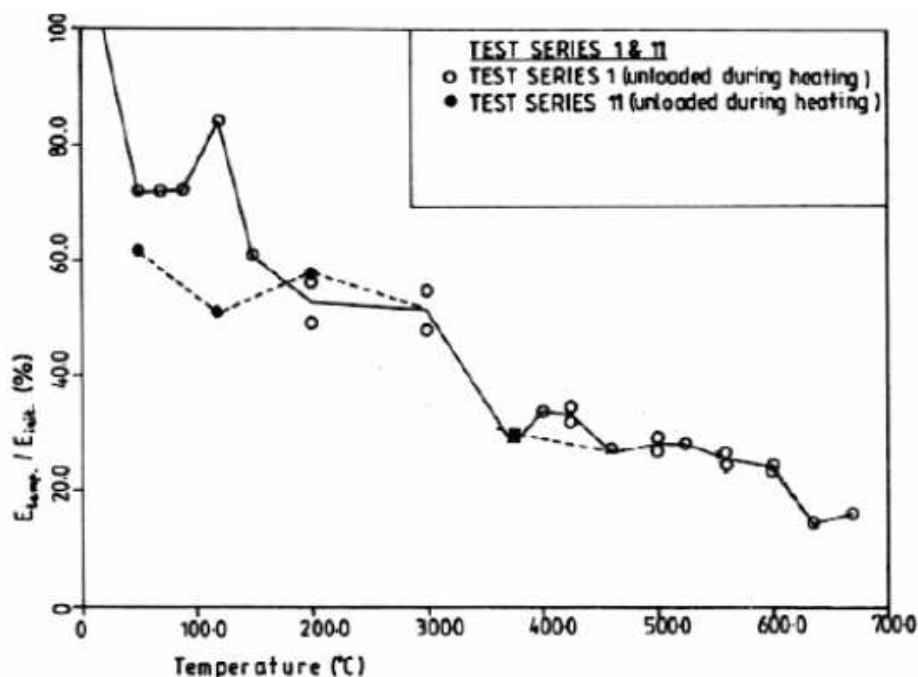


Figure 1.18 Rapport du module d'élasticité à chaud sur le module d'élasticité initial pour des échantillons non chargés (Dias *et al.*, 1990)

Ce fluage thermique transitoire est principalement dû aux changements de phase moléculaire et de microstructure qui ont lieu dans la pâte de ciment pendant le chauffage sous chargement. Cette déformation thermique transitoire n'évolue plus pendant la phase de refroidissement. C'est donc à ce moment-là que les fissures se développent et la séparation entre le ciment et le granulat prend place.

### 1.3 Phénomène d'écaillage à haute température

Le comportement au feu des éléments de structure en béton est caractérisé par un risque d'éclatement (écaillage). Cette dégradation augmente avec les dimensions de la structure et est accentuée pour les BHP (Hertz, 1984). En effet, du fait de la grande compacité de ces bétons, la migration de la vapeur d'eau et de l'humidité est gênée. Ce phénomène semble à première vue aléatoire et non reproductif. On ne sait pas pour l'instant comment expliquer les pressions et les contraintes d'origine thermique conduisant à cet éclatement. On distingue deux type d'hypothèses :

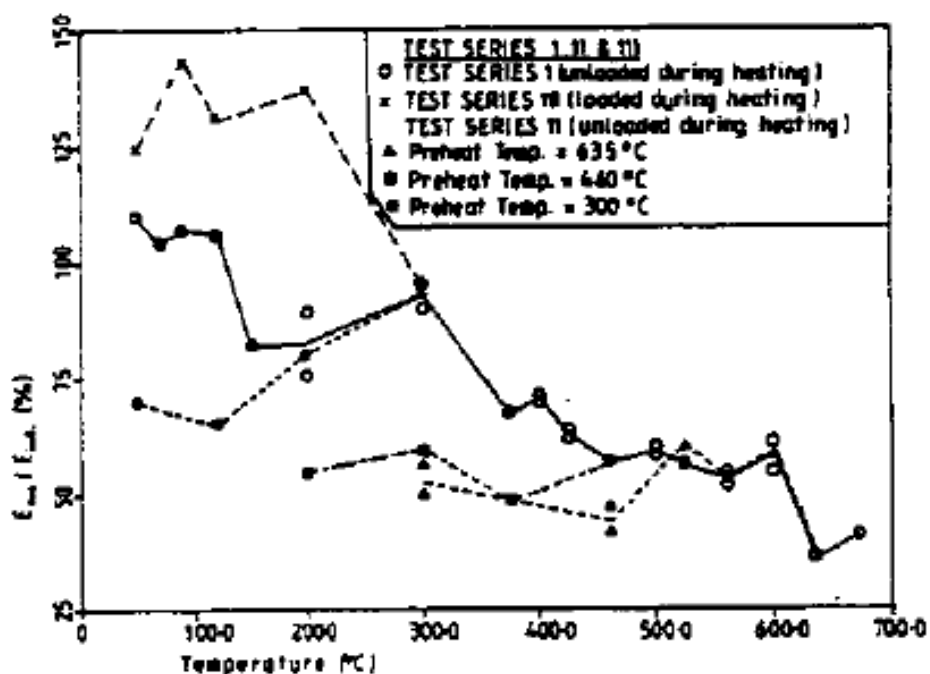


Figure 1.19 Rapport du module d'élasticité résiduel sur le module d'élasticité initial après refroidissement avec ou sans chargement (Dias *et al.*, 1990)

1. hypothèse d'un écaillage par pression proche de la surface chauffée. En effet, Anderberg (Anderberg, 1997) décrit le processus d'écaillage comme suit : une zone sèche dont l'épaisseur augmente dans le temps se développe proche de la surface chauffée. Dans la zone adjacente à lieu la déshydratation. Dans la zone suivante, l'eau existe sous forme libre. Quand la vapeur d'eau est créée par déshydratation, l'eau migre vers la zone sèche et vers la zone humide où elle se condense. Les pressions créées seraient alors susceptibles d'entraîner l'écaillage (Figure 1.20).
2. hypothèse d'un écaillage par dilatation thermique empêchée. Certains auteurs considèrent que l'écaillage est principalement causé par la dilatation thermique du béton (Bazant, 1997; Ulm *et al.*, 1999a,b). Celle-ci, lorsqu'elle est empêchée, entraînerait des contraintes de compression parallèles à la surface soumise au feu (Figure 1.21). Cette compression provoquerait l'écaillage. Selon Bazant (Bazant, 1997), les pressions à l'intérieur du béton initieraient simplement la fissuration.

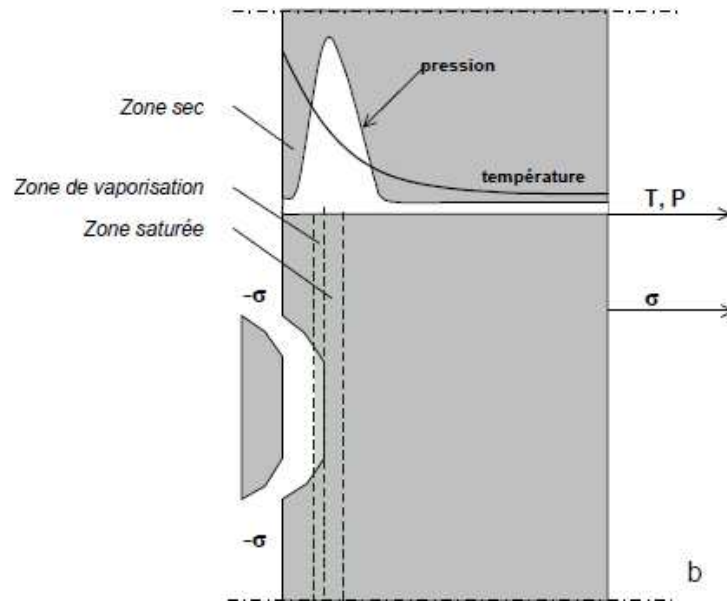


Figure 1.20 Écaillage par pressions internes (Anderberg, 1997)

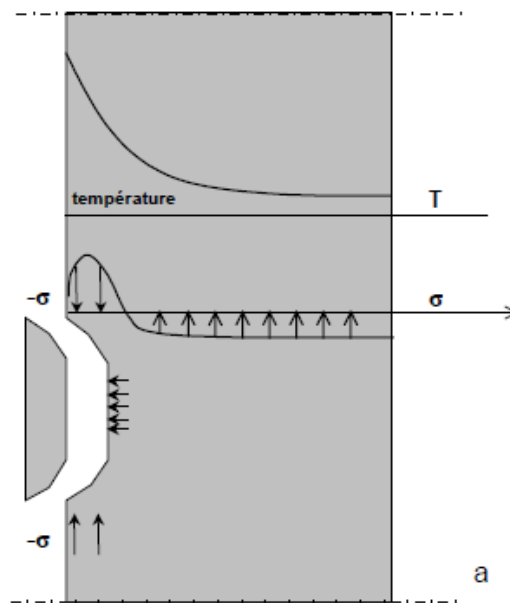


Figure 1.21 Écaillage par dilatation thermique gênée (Bazant, 1997)

## 1.4 La question de l'éclatement

### 1.4.1 Les caractéristiques de l'éclatement

L'éclatement des bétons se caractérise par le détachement d'écailles d'une épaisseur allant de quelques millimètre à quelques centimètres, ou bien par l'explosion de l'élément de structure. Ce comportement est en particulier fonction de la sollicitation thermique (vitesse d'échauffement et température atteinte) et de la forme de l'élément : typiquement la sollicitation thermique d'un voile est unidirectionnelle alors que celle d'un poteau est bidirectionnelle, ce qui augmente le risque d'explosion (Hertz, 2003). Ceci est sûrement dû au processus d'écaillage qui se répète ; ce qui peut mener à l'ablation d'une forte épaisseur de béton.

### 1.4.2 Les processus menant à l'éclatement

Les deux grands processus contribuant à l'éclatement du béton lors d'une sollicitation thermique sont associés, d'une part, aux gradients de dilatation thermique dans l'élément (appelé processus thermomécanique) (Bazant, 1997) et, d'autre part, à l'établissement de gradients de pression de vapeur dans le réseau poreux (appelé processus thermohydrigue) (Anderberg, 1997). Ces processus sont contrôlés par les propriétés et caractéristiques microstructurales du matériau. Ainsi, l'éclatement est le résultat de processus chimiques, thermiques, hydriques et mécaniques couplés par le biais des caractéristiques microstructurales, ces dernières évoluant au cours de la sollicitation thermique (Conlazio *et al.*, 1998).

À l'échelle de l'élément de structure, les principaux paramètres impliqués dans l'éclatement sont (Bazant et Kaplan, 1996) :

1. La sollicitation thermique (vitesse de montée en température, température maximale). Le risque d'éclatement augmente lorsque la vitesse de montée en température augmente.
2. La géométrie de l'élément (taille, forme) qui conditionne aussi bien les champs de température que les champs de teneur en eau et par conséquent l'histoire thermo-hydro-mécanique du matériau qui compose l'élément. Un voile subit généralement une sollicitation thermique unidirectionnelle, moins sévère vis-à-vis de l'éclatement qu'une sollicitation bidimensionnelle, telle que celle subie par un poteau. De plus, les pressions de vapeur peuvent être beaucoup plus élevées dans un poteau.
3. La présence d'armatures. Les armatures peuvent avoir un effet favorable ou défavorable selon leur forme, leur taille et leur disposition. Les armatures constituent une zone de discontinuité thermique et mécanique qui peut favoriser l'éclatement. Par contre, elles peuvent retenir les éclats de béton, ces derniers formant un écran thermique qui limite considérablement la

progression de la dégradation par éclatement. On a observé ce phénomène sur les voussoirs du Tunnel sous la Manche (Divet, 1998) : le béton au droit des armatures était encore en place après l'incendie, alors qu'il s'était détaché sur plusieurs dizaines de centimètres d'épaisseur entre les armatures.

4. La présence d'une précontrainte ou d'une charge extérieure favorisent la propension à l'éclatement. Une charge extérieure peut être générée durant l'incendie par dilatation de l'élément, empêchée par ses liaisons avec les autres éléments.

## 1.5 Moyens préventifs contre l'éclatement

L'efficacité des fibres organiques vis-à-vis de l'éclatement a fait l'objet de plusieurs travaux (Breitenbucher, 1998; Missemmer *et al.*, 2010). Les essais sont, dans la plupart des cas, conduits selon des sollicitations thermiques normalisées proche de la courbe ISO-834 (Bilodeau *et al.*, 2004; Nishida *et al.*, 1995; Sanjayan et Stocks, 1993). L'efficacité des fibres a été évaluée sur des colonnes chargées ou non chargées ou sur des cylindres, par une appréciation qualitative de l'aspect du béton après l'essai. Kalifa *et al.* ont mis en évidence l'efficacité des fibres comme moyen de réduction des pressions de vapeur d'eau dans les bétons. Les auteurs ont montré que l'utilisation des fibres en quantité d'environ 0,2%, du volume du béton, permet de réduire efficacement les pressions internes. Il a été montré que l'ajout de  $1,75 \text{ kg/m}^3$  entraîne une réduction de 70% de la valeur de la pression maximale observée au cours d'essais sur un béton de référence sans fibres. L'effet des fibres n'augmente pas significativement lorsque le taux des fibres est supérieur à  $1,75 \text{ kg/m}^3$  (Kalifa *et al.*, 2001). En contre partie, l'ajout des fibres polypropylène en quantité d'environ  $2 \text{ kg/m}^3$  provoque une diminution de la résistance à 20°C comparée au matériau sans fibres (Breitenbucher, 1998). Pour compenser cette chute, il est conseillé d'augmenter la quantité de ciment de 20-30  $\text{kg/m}^3$  notamment pour assurer la maniabilité du mélange (Breitenbucher, 1998).

## 1.6 Modélisation numérique de comportement du béton à haute température

### 1.6.1 Approche de la thermodynamique des processus irréversibles

La thermodynamique classique est une partie de la physique macroscopique classique. La thermodynamique des processus irréversibles devrait être décrite comme la théorie phénoménologique telle que décrite dans le chapitre de la thermodynamique et phénoménologique (Haase, 1990). Les termes écoulement entropique et production d'entropie élaborés à partir des concepts classique de la thermodynamique sont utilisés.

Dans le cadre de l'analyse de l'incendie du 18 novembre 1996 dans le tunnel sous la Manche, Ulm

*et al.* (Ulm *et al.*, 1999a,b) considèrent le comportement du béton ordinaire soumis à de hautes températures comme étant le phénomène inverse de l'hydratation du béton jeune. Ils l'avaient traité comme un problème thermo-chimio-mécanique (Ulm et Coussy, 1995, 1996). Le développement de la résistance et de la rigidité avec le degré d'hydratation est traité comme un écrouissage chimio-plastique. Ainsi, la déshydratation devient un adoucissement chimio-plastique. Leur modèle a été développé dans le cadre de la thermodynamique des milieux poreux réactifs fermés, tel que proposé par Coussy (1995). Ainsi, dans l'analyse de l'incendie du tunnel, le béton se déshydrate avec l'augmentation de la température. La formulation permet d'inclure l'expansion thermique réversible, les retraits irréversibles ainsi que l'évolution de la rigidité et de la résistance mécanique. Par contre, le fluage instantané de l'expansion thermique sous contrainte n'a pas été inclus dans leur modèle. De plus, le couplage chimio-plastique est mal définie puisque le critère utilisé semble insensible à l'élévation de la température, donc l'effet de la température sur la déformation plastique est à priori inexistant.

Msaad et Bonnet (2006) utilisent, encore une fois, le cadre générale de la thermodynamique des milieux chimiquement réactifs, en reprenant les travaux de Ulm *et al.* (Ulm *et al.*, 1999a,b) avec les mêmes limitations, pour estimer l'ampleur de l'écaillage mécanique et par la suite le comparer à celui hydraulique (Msaad, 2007). Dans tous ces cas, un critère de Willam-Wranke à trois paramètres a été utilisé et adapté pour prendre en compte la décohésion du matériau.

Nechnech *et al.* (Nechnech, 2000; Nechnech *et al.*, 2001, 2002) adoptent le même concept, c'est-à-dire phénoménologique, mais en prenant compte l'endommagement mécanique et thermique dûs à un couplage thermo-mécanique. L'hypothèse du découplage entre les effets de plasticité et les autres phénomènes est utilisée. La déformation totale est alors décomposée en une partie réversible, une partie permanente et une partie thermique. Le critère de plasticité utilise deux surfaces, soit le critère de Rankine en traction et le critère de Drucker-Prager en compression. L'inconvénient de cette approche reste dans le traitement des couplages entre les critères élémentaires et la mise en œuvre numérique. L'effet de la température sur le comportement est introduit, encore une fois, en exprimant certains paramètres comme des fonctions de la température. Le module d'Young  $E$ , les résistances en traction et en compression uniaxiale, l'énergie de fissuration  $G_f$  et d'autres paramètres du critère varient selon la température.

D'autres travaux ont adopté la même procédure (Khennane et Baker, 1992; Luccioni *et al.*, 2002). La dépendance de la température sur le comportement mécanique des matériaux est prise en compte en utilisant les modèles d'élastoplasticité conventionnels et de faire varier certains paramètres. Jusqu'à maintenant, la dépendance de la température dans les modèles a pour principal effet de modifier la

résistance des matériaux. Pour sa part, l'amplitude des déformations permanentes générées semble toujours demeurer la même. Comme l'ont mentionné Ulm *et al.* (Ulm *et al.*, 1999a), le fait d'utiliser une force d'écrouissage chimio-plastique  $\zeta$  comme paramètre veut dire que la déshydratation (et non la température) est, en partie, l'origine de la diminution de la résistance mécanique observée macroscopiquement. La décohésion considérée est donc d'origine chimique et non thermique et peut être expliquée de la façon suivante : à l'échelle microscopique, le processus de déshydratation peut être grossièrement attribué à une micro-diffusion des molécules d'eau chimiquement liées depuis les micropores jusqu'aux pores capillaires. La perte de l'eau liée ainsi que la décomposition chimique et la dissociation des produits hydratés font affaiblir la structure chimique du gel de ciment en détruisant les forces cohésives dans les micropores. À l'échelle macroscopique, ces phénomènes mènent à une décohésion chimique affectant le domaine de résistance et son évolution (Ulm *et al.*, 1999a).

### 1.6.2 Approche multi-physique

L'élévation de la température entraîne des phénomènes très compliqués dans le béton, dont la prévision s'avère difficile à cause de son hétérogénéité. La simple prise en compte de l'évolution des propriétés thermiques (conductivité thermique, chaleur spécifique, etc.) n'est pas suffisante pour reproduire de façon concise le comportement du béton. Il est impératif de mettre l'emphasis, en plus des propriétés thermiques, sur les écoulements des espèces fluides (air sec, eau liquide et vapeur d'eau), les transferts d'énergie ainsi que les phénomènes de déshydratation. Ainsi, l'ensemble des phénomènes qui ont lieu dans le béton (flux de matière dus aux effets capillaires et des gradients de pression/concentration, flux de chaleur et les changements de phases) seront pris en compte par le biais du modèle thermo-hydro-chimio-mécanique. La base théorique du modèle s'appuie sur le principe de la moyenne. L'objectif de l'approche multiphysique est de développer un modèle numérique capable de prédire les comportements thermo-hydro-chimio-mécanique couplés, intégrant, bien sûr, les transformations physico-chimiques qui ont lieu dans ce milieu poreux partiellement saturé. Pour les transferts de chaleur et de masse (incluant liquide, vapeur d'eau et eau sec), les équations constitutives de Fourier, Darcy et Fick et des équations d'état local sont utilisées.

Le comportement macroscopique ainsi formulé par Coussy (1995) apparaît fortement couplé et fait intervenir de nombreux paramètres parfois difficilement mesurables expérimentalement. Les travaux de Schrefler et Lewis (1999) basés sur les phénomènes multi-physiques agissant à l'échelle microscopique ont, par-ailleurs, mis en évidence l'influence de la microstructure sur les propriétés macroscopiques des milieux poreux.

Dans la littérature (Schrefler et Lewis, 1999; Bazant et Thonguthai, 1978, 1979; Schrefler *et al.*, 2006;



Ahmed et Hurst, 1997; Gawin *et al.*, 1999; Feraille-Fresnet, 2000; Obeid *et al.*, 2001; Mainguy et Ulm, 2001; Bourgeois *et al.*, 2002; DalPont et Ehrlicher, 2004; Alnajim, 2004), on trouve plusieurs types de modèles qui traitent des phénomènes de transport de masse et de chaleur. On se limitera aux deux catégories de modèles concernant le transport de masse et de chaleur dans les matériaux poreux. La première catégorie est le modèle à un seul fluide, tandis que le second est le modèle à trois fluides.

### Modèle à un seul fluide

Les travaux reliés aux études de transfert couplée de masse et de chaleur dans un matériau poreux remonte aux années soixante quand Luikov (1966) propose un système d'équations différentielles couplées gouvernant le transfert d'humidité et de chaleur dans un matériau poreux. Il stipule que le transfert d'humidité est le résultat des gradients de la teneur en humidité, température et pression. Pour bâtir son modèle, deux suppositions ont été établies. La première est l'équilibre thermique, alors que la seconde est que la masse de liquide est égale à la masse totale utilisée pendant le transport, c'est-à-dire la masse de la vapeur d'eau et de l'air sont négligeables.

Sur la base de la théorie de Luikov (Luikov, 1966), Bazant et Thonguthai (1978, 1979) ont proposé un champ d'équations pour le modèle de transfert de masse et de chaleur couplées dans laquelle la masse de l'eau liquide et celle du mélange gazeux sont traitées comme une seule variable, nommé « teneur en eau ». Cependant, le changement de phase (évaporation/condensation) entre l'eau liquide et la vapeur se voit éliminé de l'équation du bilan massique (équation 1.1). Ce changement de phase est pris en compte dans les isothermes de sorption. Une relation semi-empirique des isothermes de sorption,  $m_l = m_l(p, T)$  entre la teneur en eau et la pression des pores pour une température donnée, aussi bien que la dépendance de la perméabilité sur la température et le changement de la porosité dû à la déshydratation a été déterminé par l'utilisation des données expérimentales. Il advient de noter que les effets de changements de phase n'ont pas été pris en considération dans l'équation 1.2. La température et la teneur en eau ne peuvent être résolus directement à partir des équations de transfert de masse et de chaleur.

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J} = \dot{m}_{deshy} \quad (1.1)$$

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} - C_p^{ad} \frac{\partial m_l}{\partial t} + [C_p^l \mathbf{J}] \cdot \text{grad} T + \text{div} \mathbf{q} = 0 \quad (1.2)$$

avec les équations constitutives suivantes :

$$\mathbf{J} = -\frac{K'}{g} \text{grad} p \quad (1.3)$$

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \text{grad} T \quad (1.4)$$

où  $m_l$  et  $m_{deshy}$  sont les densités massique  $kg/m^3$  de toute l'eau libre (représentant toute l'eau évaporable) et celle de la déshydratation (eau liée) respectivement à des températures données ;  $\mathbf{J}[kg/m^3 s]$  est le flux massique de l'eau ;  $C_p, C_p^l$  sont les capacités calorifiques de béton sec et l'eau des pores ;  $C_p^{ad}[J/Kg]$  est la chaleur latente d'adsorption de l'eau,  $\rho$  est la masse spécifique de béton ;  $\mathbf{q}[J/m^2 s]$  est le flux de chaleur ;  $K'[m/s]$  est la perméabilité ;  $p$  est la pression poreuse et  $g = 9.806[m^2/s]$  est l'accélération terrestre ;  $\lambda$  est la conductivité de chaleur du béton.

Il faut noter que les auteurs négligent aussi l'effet de la déformation sur le flux d'humidité dans le béton, abstraction faite quand le milieu est sévèrement fissuré. La raison principale derrière cette hypothèse est que la compressibilité volumique de la phase liquide est plus grande que celle du béton. Donc, le changement relatif du volume des espaces poreux sont du même ordre que la déformation volumique du béton. Dans ce cas, le béton ne peut pas produire des pressions significantes dans l'eau (surtout quand les pores sont complètement saturées par l'eau).

### Modèle à trois phases

Le transfert de masse dans le milieu poreux ne peut pas, en général, s'interpréter avec un modèle purement diffusif. En effet, une formulation basée sur la diffusion implique l'utilisation des mécanismes de transport, masquant, ainsi, leurs dépendance à l'égard des différentes variables de contrôle. Ceci a donné naissance aux modèles multi-phasiques basés sur le transfert de masse de liquide et causé par les effets capillaires ou le gradient de pression (vapeur d'eau, air sec). Plusieurs chercheurs se sont penchés sur cette question. On peut noter les travaux Schrefler *et al.* (2006); Ahmed et Hurst (1997); Gawin *et al.* (1999); Feraille-Fresnet (2000); Obeid *et al.* (2001); Mainguy et Ulm (2001); Bourgeois *et al.* (2002); DalPont et Ehrlacher (2004); Alnajim (2004).

L'approche générale pour la modélisation des processus, incluant le transfert de masse et de chaleur, est bâti à partir d'un ensemble d'équations représentant le bilan massique approprié, complété par un ensemble d'équations constitutives et quelques considérations thermodynamique (Schrefler et Lewis, 1999). De telles équations de bilan peuvent être obtenues par l'utilisation d'une procédure de moyenne de bilan microscopique, déterminées pour chaque constituant ou phase dans le médium. Le cadre théorique est basé sur les travaux de Whitaker (1977), Bear et Bachmat (1984), Hassanizadeh et Gray (1979a,b, 1980) et Schrefler et Lewis (1999).

Le modèle mathématique final consiste en quatre ou cinq équations de bilan, dépendamment du problème à analyser. Il s'agit de l'équation de bilan massique de l'eau liquide, en prenant en considération les changements de phase et le processus de déshydratation, l'équation de bilan massique de vapeur, l'équation de bilan massique de l'air sec et l'équation de bilan de l'énergie de

tout le médium multi-phasique. Cette dernière considère la chaleur latente de changement de phase et le processus de déshydratation. La déformabilité du squelette solide est prise en compte par le biais de l'équation de bilan de moment linéaire du médium multi-phasique :

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} + \text{div}(m_l \mathbf{v}) = -\dot{m}_{vap} + \dot{m}_{deshy} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial m_v}{\partial t} + \text{div}(m_v \mathbf{v}_v) = \dot{m}_{vap} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial m_a}{\partial t} + \text{div}(m_a \mathbf{v}_a) = 0 \quad (1.7)$$

$$(\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + [m_l C_p^l \mathbf{v}_{l-s} + m_v C_p^v \mathbf{v}_{v-s} + m_a C_p^a \mathbf{v}_{a-s}] \cdot \text{grad} T - \text{div} \mathbf{q} = -(\dot{m} \Delta H)_{vap} - (\dot{m} \Delta H)_{deshy} \quad (1.8)$$

où  $m_i$  sont les masses par  $m^3$  de béton des constituants ( $i = l, v, a$  pour liquide, vapeur et l'air sec respectivement) ;  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_s + \mathbf{v}_{i-s}$  est la vitesse macroscopique absolue des constituants ;  $\mathbf{v}_{i-s}$  est la vitesse relative de chaque constituant par rapport à la phase solide et  $\mathbf{v}_s$  est la vitesse de la phase solide ;  $(\rho C_p)_{eff}$  est la capacité de chaleur volumique ;  $C_p^i$  est la capacité de chaque constituant ;  $\Delta H_{vap}$  et  $\Delta H_{deshy}$  sont les enthalpies d'évaporation et de déshydratation respectivement,  $\dot{m}_{vap}$  et  $\dot{m}_{deshy}$  représentent le taux massique d'évaporation et de déshydratation respectivement. Il faut souligner que  $m_l \mathbf{v}_{l-s} + m_v \mathbf{v}_{v-s} = \mathbf{J}$  dans le modèle à un fluide et que  $\mathbf{v}_s$  est égale à l'unité. Ce dernier terme est négligé dans le modèle à un seul fluide.

## 1.7 Lois constitutives thermomécaniques

L'analyse du comportement mécanique des matériaux en générale et le béton en particulier passe par une définition des conditions associées à divers états particuliers, tels que : la limite élastique, la résistance limite en compression et le comportement post-pic. Afin de décrire l'évolution de ces états, des fonctions scalaires ont été développées. Ces dernières portent le nom des critères de rupture (ou de chargement, lois constitutives, etc.) et on les exprime dans l'espace des contraintes principales. Au fil des ans, plusieurs modèles constitutifs ont vu le jour.

Pour que ces modèles reflètent la réalité physique des matériaux, ces modèles sont souvent calés et corroborés sur des données expérimentales. Or, nous savons bien que ces modèles sont de nature volatiles puisque les laboratoires de recherches sont dotés de plusieurs technologies et qui traitent de différents chemin de chargement. Ainsi, Babu *et al.* (2005) ont dressé une bibliographie non exhaustive, mise à jour dans le cadre de notre étude, pour différents cas de chargement (Tableau 1.4).

La mise en charge des matériaux engendre des phases de transition du comportement. On peut noter

le passage de la phase élastique à une phase inélastique ou de la phase pré-rupture à une phase post-rupture. Pour une représentation adéquate du comportement général, il est impératif d'inclure certaines conditions de ces passages à travers des lois de comportement dans le but d'appréhender la réponse mécanique de ces matériaux. Mathématiquement, cette insertion passe par le biais des fonctions appelés critère de plasticité (ou d'écoulement), qui doivent être convexes dans l'espace des contraintes principales.

Tableau 1.4 Références sur les différents cas de chargements (Babu *et al.*, 2005)

Chargement	Référence
<b>Uniaxial</b>	(Khaloo et Ahmad, 1989), (Tsai, 1998), (Neville, 1988), (Domingo et Chu, 1986), (Shah, 1984), (Wang <i>et al.</i> , 1978), (Kotsovos et Newman, 1978a), (Darwin et Pecknold, 1976), (Vu, 2007) (Desayi et Krishnan, 1964), (Dupray, 2008), (Schmidt, 2003).
<b>Biaxial</b>	(Gerstle <i>et al.</i> , 1981; Gerstle, 1981a), (Taylor <i>et al.</i> , 1972), (Kupfer <i>et al.</i> , 1969)
<b>Triaxial</b>	(Grassl <i>et al.</i> , 2002), (Li et Ansari, 2000), (Ansari et Li, 1998), (Attard et Setunge, 1996), (Imran et Pantazopoulou, 2001), (Khaloo et Ahmad, 1989), (Ahmad et Shah, 1982), (Schmidt, 2003) (Bazant et Oh, 1982), (Gerstle, 1981b), (Cedolin <i>et al.</i> , 1977), (Vu, 2007), (Gabet, 2006) (Mills et Zimmerman, 1970), (Akroyd, 1961), (Domingo <i>et al.</i> , 2002), (Dupray, 2008).
<b>Cyclique</b>	(Bahn et Hsu, 1998), (Karsan et Jirsa, 1969), (Sinha <i>et al.</i> , 1964), (Fafitis et Shah, 1986), (Yankelevsky et Reinhardt, 1987).
<b>Confiné</b>	(Iyengar <i>et al.</i> , 1970), (Priestley et Park, 1988b,a), (Attard et Setunge, 1996).

### 1.7.1 Critères multiaxiaux pour matériaux poreux

Les critères de rupture utilisés pour les matériaux sensibles à la pression hydrostatique sont généralement exprimés en termes de coordonnées de Haigh-Westergaard :

$$F(\sigma_m, \rho, \theta) = 0 \quad (1.9)$$

Les variables utilisées sont les suivantes :

1.  $\sigma_m$  est la contrainte normale moyenne ou la pression hydrostatique qui s'exprime par :

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{tr(\boldsymbol{\sigma})}{3} \quad (1.10)$$

2.  $\rho$  est la contrainte déviatrice représentant une contrainte moyenne en cisaillement définie par :

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (1.11)$$

3.  $J_2$  est le second invariant du tenseur déviateur des contraintes  $s$  :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \quad (1.12)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (1.13)$$

4.  $\theta$  est l'angle polaire permettant de déterminer la direction de la contrainte octaédrale en cisaillement et de situer l'état de contraintes par rapport aux méridiens de traction et de compression autour de l'axe hydrostatique :

$$\cos 3\theta = \frac{\sqrt{27}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} \quad (1.14)$$

Les modes de fissuration étant différents pour le méridien de traction et de compression. Le méridien de traction possède une résistance moindre.

5.  $J_3$  est le troisième invariant du tenseur déviateur des contraintes  $s$  défini par :

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = \frac{1}{3} \det(s) \quad (1.15)$$

Le développement des critères de plasticité, ou de rupture, a suivi deux grandes traditions, soit celle des matériaux métalliques et celle des géomatériaux. Pour les métaux, il est courant d'utiliser des critères indépendant du premier invariant des contraintes  $I_1$  (ou de contrainte moyenne  $\sigma_m = I_1/3$ ) (Aubertin *et al.*, 2003). C'est le cas, par exemple, avec le critère de Tresca et de von Mises. La composante frictionnelle associée à l'effet de la partie sphérique (ou hydrostatique) de  $\sigma_{ij}$  est alors jugée sans effet. La plupart des modèles employés avec les composés métalliques poreux, y compris les poudres, ont comme racine le critère de von Mises. Par ailleurs, le critère de Coulomb a servi de point de départ à la grande majorité des critères employés pour les géomatériaux (sols, roches, bétons, etc). Dans les années 50, Drucker et Prager ont proposé une version circulaire dans le plan des contraintes octaédrales (donc proche de von Mises), tout en maintenant la relation linéaire entre  $I_1$  et  $J_2^{\frac{1}{2}}$  (sans faire intervenir  $\theta$  ou  $J_3$ ). Vu sa simplicité, ce critère est largement simplifié pour les matériaux frictionnels, pourtant il est peu représentatif de plusieurs aspects du comportement des matériaux poreux en raison de sa linéarité dans le plan  $I_1 - J_2^{\frac{1}{2}}$ . Aussi, il néglige l'effet de  $J_3$  (ou de  $\theta$ ). Des synthèses comparatives et souvent critiques sur ces divers critères ont été présentées par Chen et Saleeb (Chen et Saleeb, 1982).

La forme générale d'une surface de rupture  $f(I_1, I_2, J_3)$  peut s'écrire en fonction d'autres séries de variable  $\xi$ ,  $\rho$  et  $\theta$  dans un système de coordonnées des contraintes principales. La forme générale

d'une surface de rupture dans l'espace des contraintes principales (voir Figure 1.22) peut être décrite par ces sections dans le plan déviatorique et méridien (Figure 1.23). Les deux extrêmes méridien, correspondant à  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 60^\circ$ , sont appelés les méridien de tension et de compression, respectivement (Chen et Saleeb, 1982).

Grace à l'isotropie, la symétrie est bien présente. Donc, il est juste nécessaire d'explorer des sections qui varient entre 0 et  $60^\circ$ , car les autres sections peuvent être déterminées par cette symétrie. Les résultats expérimentaux indiquent que la courbe de surface de rupture dans le plan déviatorique a les caractéristiques suivantes (Chen et Saleeb, 1982) :

1. La surface de rupture est lisse.
2. La surface de rupture est convexe, au moins sous des états de contraintes compressives. La condition de convexité dans ce plan requiert, comme c'est démontré conventionnellement par la géométrie différentielle, que :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \theta^2} < \rho + \frac{2}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right)^2 \quad (1.16)$$

3. La courbe de la surface de rupture est presque triangulaire en tension et pour les petites contraintes de compression (correspondant aux petites valeurs de  $\xi$ ) et devient presque circulaire pour les hautes contraintes de compression (correspondant de l'augmentation des valeurs de  $\xi$  ou pour les hautes pressions hydrostatiques).

Drucker *et al.* (1957) ont proposé une formulation elastoplastique afin de modéliser le comportement écrouissant de sol tout en considérant l'effet de la composante frictionnelle. Cette formulation a été étendue, par la suite, en proposant un cap sphérique combiné à un cone sur les deux limites de critère (Drucker *et al.*, 1957). Le cap a été utilisé pour contrôler le changement volumétrique plastique. La localisation du cap dépend de la densité du sol. Ce modèle a été la base de développement de plusieurs autres modèles qui ont vus le jour par la suite. Ces modèles ont été initialement développés pour les sables et étendus ultérieurement aux argiles, roches et bétons (Drucker *et al.*, 1957). Les dernières générations de ces modèles à cap ont été formulées selon la théorie incrémentale classique de la plasticité avec possibilité de modifications pour les applications thermiques. Le modèle à cap consiste en trois surfaces distinctes : une enveloppe fixe de Drucker-Prager, pour prendre en considération l'effet frictionnel, un cap elliptique pour l'écrouissage en compression et une coupure plane (cut-off plane) en tension. La localisation du cap elliptique en compression dépend de la déformation plastique volumétrique totale. Le critère aux points d'intersection des trois surfaces n'est pas lisse et présente des singularités. Ces dernières causent des problèmes d'instabilité à la fois numérique et matérielle (Chen *et al.*, 2003; Simo *et al.*, 1988; Hofstetter *et al.*, 1993; Dolarevic et Ibrahimbegovic, 2007).

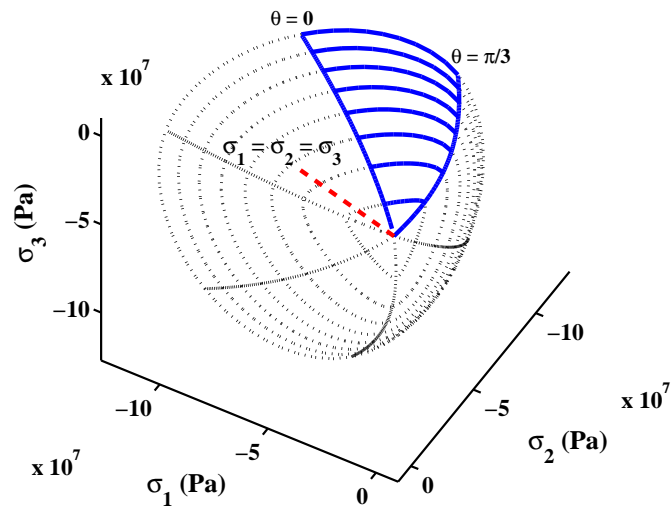


Figure 1.22 Sections déviatorique dans l'espace des contraintes principales

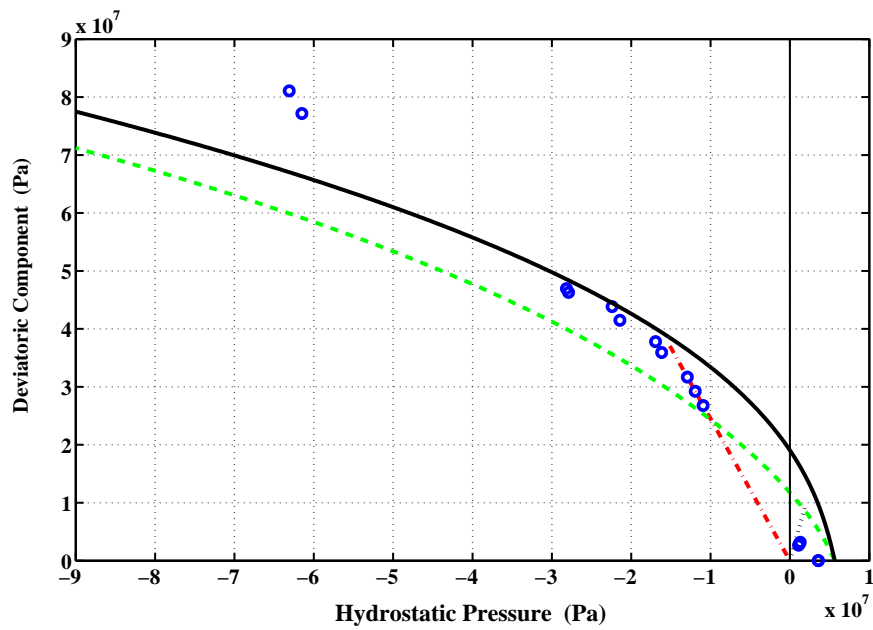


Figure 1.23 Méridiens de résistance dans l'espace de Haigh-Westergaard

Au cours des années 70, Lade et Duncan (Lade et Duncan, 1973, 1975; Lade, 1977) ont effectué divers essais de compressions en trois dimensions sur des sols sans cohésion afin d'observer les caractéristiques de leur résistance mécanique. Dans le plan déviatorique, les surfaces de rupture ressemblent aux sections déviatrices du modèle de Mohr-Coulomb, sauf qu'elles sont toujours lisses et régulières. Par la suite, ces auteurs ont développé un critère qui est fonction du premier invariant  $I_1$  et du troisième invariant  $I_3$  du tenseur des contraintes.

Schreyer (1989) a proposé une surface limite en termes des trois invariants de contraintes dans laquelle la forme de la surface dans le plan déviatorique est fonction de la pression moyenne. À basse pression moyenne, la surface a la forme d'un triangle, tandis qu'à la pression élevée, la surface est circulaire comme celle de Drucker-Prager. Le modèle peut être appliqué aux aciers, au béton et aux matériaux géotechniques.

Meyer *et al.* (1994) ont présenté un modèle élastoplastique couvrant le comportement triaxial non linéaire du béton sous chargements de compression et tension. Deux fonctions d'écrouissage différentes sont définies pour le chargement en tension et en compression avant la rupture. La surface de chargement évolue suivant un facteur de forme  $k$  différent en tension et en compression. Pour modéliser le comportement non linéaire de la contraction-dilatation volumique, une loi d'écoulement non associée est appliquée.

Imran et Pantazopoulou (2001) ont développé un modèle de plasticité pour le comportement du béton. L'endommagement est quantifié par la dilatation volumique causée à la suite de la croissance des micro-fissures. La surface de rupture se dilate et se contracte en fonction d'une mesure scalaire de la déformation plastique. En présence d'une pression hydrostatique, la dilatation est retardée, la fragilité et la perte de rigidité sont réduites.

Kang et Willam (1999) examinent les différents modes de rupture du béton soumis à des chargements triaxiaux. La formulation élastoplastique permet le comportement d'écrouissage et d'adoucissement du béton en tension et en compression peu confinée et capture la transition de rupture fragile à ductile avec l'augmentation du confinement. Selon les auteurs, l'écrouissage du béton en compression s'amorce au moment où la contrainte atteint 50% de la limite ultime en compression. L'adoucissement en déformation survient quand le béton est déformé au-delà de sa limite ultime. L'écrouissage en tension est semblable à celui en compression, sauf que la limite est beaucoup plus inférieure. Lors de l'écrouissage en tension, le changement de rigidité du béton est faible et l'adoucissement survient de façon abrupte.



Guo et Wang (2011) présentent une loi constitutive pour les bétons fibrés à ultra hautes performances (BFUP<sup>1</sup>) utilisée dans la simulation numérique. Selon le dosage en fibre, le béton peut afficher un comportement ductile différent à celui d'un béton sans fibre. Le modèle est basé sur le concept de la plasticité multi-surfaces, tel que implémenté dans le logiciel Diana. Une loi associée semble être utilisée donc l'effet de la dilatance n'a pas été pris en considération.

### 1.7.2 Couplages avec une sollicitation thermique

L'aspect expérimentale sur le béton exposé à des hautes températures a mis en évidence deux aspects primordiaux :

1. une perte irréversible de la rigidité (endommagement thermique),
2. une chute irréversible de la résistance en compression du béton (décohésion thermique).

Généralement, la façon d'inclure l'effet de la température sur le comportement mécanique de béton est d'utiliser les modèles d'élastoplasticité conventionnels et de faire varier certains paramètres. Cette dépendance à la température dans les modèles a pour principal effet de modifier la résistance de béton. Plusieurs modèles sont proposées pour l'étude du matériau en situation d'incendie. Ahmad et Hamoush (1988) proposent un modèle formulé en élasticité non-linéaire pour la modélisation du comportement en compression du béton en situation isotherme à hautes températures. Ce modèle ne restitue pas l'accroissement de sensibilité au confinement de la résistance en compression multiaxiale du béton (Ahmad et Hamoush, 1988). Khennane et Baker (1992) se sont également intéressés spécifiquement au comportement du béton sous sollicitation de compression biaxiale. Ils proposent un modèle formulé dans le cadre de la thermo-plasticité et limité au cas de contraintes planes de compression (Khennane et Baker, 1992).

Meschke (1996) a proposé un modèle 3D multisurfaces pour la maturation du béton en déformations finies. Certaines propriétés mécaniques évoluent avec l'âge du béton. Deux mécanismes différents sont utilisés pour l'écrouissage en compression et l'adoucissement en tension. Le comportement ductile en compression est pris en compte par le modèle de Drucker-Prager et la fissuration en tension est modélisée avec le concept de la fissure diffuse avec un critère de Rankine. Le modèle est géométriquement interprété dans l'espace des contraintes principales par trois surfaces de Rankine et le cône de Drucker-Prager. L'extension à la viscoplasticité est faite avec la loi de Duvaut et Lions. Cette modélisation est complète, mais elle est basée sur des résultats expérimentaux plutôt qu'une approche thermodynamique. La quantité des essais à effectuer pour caler le modèle est alors considérable.

---

1. Ultra high performance fiber reinforced concrete (UHPFRC)

Nechnech *et al.* (2002) ainsi que Luccioni *et al.* (2002) ont développé un modèle élastoplastique avec endommagement pour béton soumis à des sollicitations thermiques. La modélisation du matériau a été effectuée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Pour mieux représenter adéquatement la réponse du matériau sous différents chargements triaxiaux, engendrant ainsi des multiples mécanismes source des non-linéarités dans le matériau, les auteurs ont adopté le critère multi-surfaces. Ce critère est vu comme une superposition des mécanismes dont lequel chaque mécanisme est géré par sa propre surface de charge (Yang *et al.*, 1985). Le comportement fragile peut ainsi être géré par un critère de Rankine, alors que la phase ductile (compression) par le critère de plasticité du type Drucker-Prager en tenant compte de la pression hydrostatique (Nechnech *et al.*, 2002).

Une nouvelle gamme de modèles chimio-plastique est proposé (Ulm *et al.*, 1999a,b). Le critère de Drucker-Prager fonction du degré de déshydratation avec un écrouissage isotrope est utilisé. Cervera *et al.* (1999) ainsi que Hellmich *et al.* (1999) ont repris la théorie développée par Ulm *et al.* (1999a). Le modèle chimio-plastique est étendu en utilisant un critère à deux surfaces de rupture : une coupure en traction et un critère Drucker-Prager en compression. La dilatation plastique volumétrique sert de variable d'écrouissage (Hellmich *et al.*, 1999). Il est primordial de noter que l'inconvénient du critère de Drucker-Prager réside dans l'impossibilité de franchir le seuil de plasticité sous chargements hydrostatiques. Une solution consiste à fermer le critère en compression triaxiale, c'est l'objet des modèles à cap (cap models) cités plus haut. Une autre solution consiste à adopter une surface analytiquement fermée en tri-compression évitant ainsi la gestion des coins de raccordement (Sercombe, 1997).

## 1.8 Conclusion de l'étude bibliographique

Suite à la revue de la littérature effectuée lors de cette étude, sur les deux plans numérique et expérimental, on peut observer la complexité du comportement des bétons vis-à-vis les hautes températures. Cette complexité est issue d'une combinaison de mécanisme d'endommagement de différentes origines : mécanique (déformations), physique (transfert de chaleur, départ d'eau libre, etc.) et chimique (déshydratation, transformations chimiques, etc.). Ce comportement complexe, n'a souvent été pris en compte, dans les modèles de comportement macroscopique, que d'une manière semi-empirique en reproduisant d'une manière apparente l'évolution en fonction de la température des caractéristiques intrinsèques macroscopiques. Succinctement, exposer le béton aux hautes températures mène à une perte irréversible de la raideur ainsi qu'à une perte de la résistance due à la décohéssion thermique. L'endommagement thermique est exprimé en fonction dépendante de la température du module d'élasticité, tandis que la décohéssion thermique est exprimée par la variation

de la résistance en compression. Cependant, au niveau microscopique, l'endommagement thermique ne peut pas être exprimé par une fonction de la température des propriétés mécaniques du béton. En effet, les propriétés mécaniques dépendent principalement de la concentration des constituants et de la structure de la pâte de ciment qui changent tout au long du processus de déshydratation. L'impact direct de ces transformations, à l'échelle macroscopique, peut se traduire par une relation de dépendance entre les propriétés élastiques et la masse des hydrates.

L'étude bibliographique a, aussi, permis de mettre en évidence un certain nombre de points à intégrer. Elle a permis de mettre en plan l'insuffisance de l'approche usuellement utilisée quant à la prise en compte des modes complexes de l'évolution du domaine de résistance pour un béton soumis ou non aux hautes températures. En outre, l'utilisation intensive du critère de Drucker-Prager, lui-même une adaptation de critère de Von-Mises, ne permet pas de franchir le seuil de la plasticité sous chargement hydrostatique. Une solution consiste à fermer le critère en compression triaxiale (cap). Malheureusement, la naissance d'un peak (surface non lisse) aggrave le problème lors de calcul de la normale à ce point du fait de l'existence de plusieurs directions (cône normale). Une autre solution consiste à utiliser un critère multi-surfaces qui est vu, par définition, comme une superposition des mécanismes dont lequel chaque mécanisme est géré par sa propre surface de charge. Dans ce type de critère, et au-delà des problèmes de programmation et d'activation directionnelle, les normales aux peaks ainsi que la continuité de traction à la compression posent problèmes.

La modélisation du comportement du béton à haute température ne permet pas, à date, de prendre en compte la juxtaposition des effets mécaniques et thermiques de façon adéquate. Nous proposons par la suite une nouvelle approche pour formuler une nouvelle loi de comportement pour le béton, dans un cadre élasto-plastique, à haute température.

## CHAPITRE 2

### DÉMARCHE, ORGANISATION ET COHÉRENCE DES ARTICLES

#### 2.1 Démarche scientifique et organisation de la recherche

L'approche hiérarchique est utilisée pour la modélisation des structures en béton soumises aux hautes températures. Cela comprend la détermination d'une loi de comportement pour chaque sollicitation possible au niveau local, d'un milieu continu, puis l'application ou l'incorporation de cette loi dans un cadre du calcul de structure, faisant appel le plus souvent à la méthode des éléments finis [Fig.2.1]. La variante la plus directe de l'approche hiérarchique consiste à prédire d'abord les phénomènes les plus pertinents et de les décrire d'une façon paramétrique à partir des expériences. L'avantage de cette approche phénoménologique est son efficacité et la mise en oeuvre relativement bien maîtrisée pour plusieurs applications.

Pour répondre à l'objectif principal de cette étude qui consiste à l'élaboration d'une nouvelle loi constitutive pour le béton soumis à des hautes températures, une stratégie rationnelle et quantifiable a été développée. Cette nouvelle approche accorde un rehaussement quant à la précision à prendre lors de la définition d'une rupture. Ceci nous permettra, à la fois, de modéliser adéquatement la déshydratation du béton à haute température et d'estimer le critère de déclenchement thermique via des modèles fiables.

Le travail présenté dans cette thèse est le fruit d'une collaboration entre l'école Polytechnique de Montréal et l'Université de Sherbrooke. Dans cette alliance, la partie expérimentale a été réalisée au laboratoire de béton de l'Université de Sherbrooke, alors que le travail de développement théorique et numérique s'est fait à Polytechnique.

#### 2.2 Présentation des articles et cohérence avec les objectifs

Afin d'exposer les diverses étapes et avenues élaborées pour formuler la nouvelle loi de comportement dans un cadre chimio-mécanique, les résultats de cette étude sont présentés en trois publications. Le premier article porte sur la définition, exécution et discussion de la partie expérimentale réalisée. Le deuxième article développe l'avenue d'une loi constitutive triaxiale à température ambiante. Et finalement, le troisième article décrit l'approche chimio-plastique en trois dimensions développée dans le cadre de cette étude. Dans ces articles, la synthèse, la formulation et program-

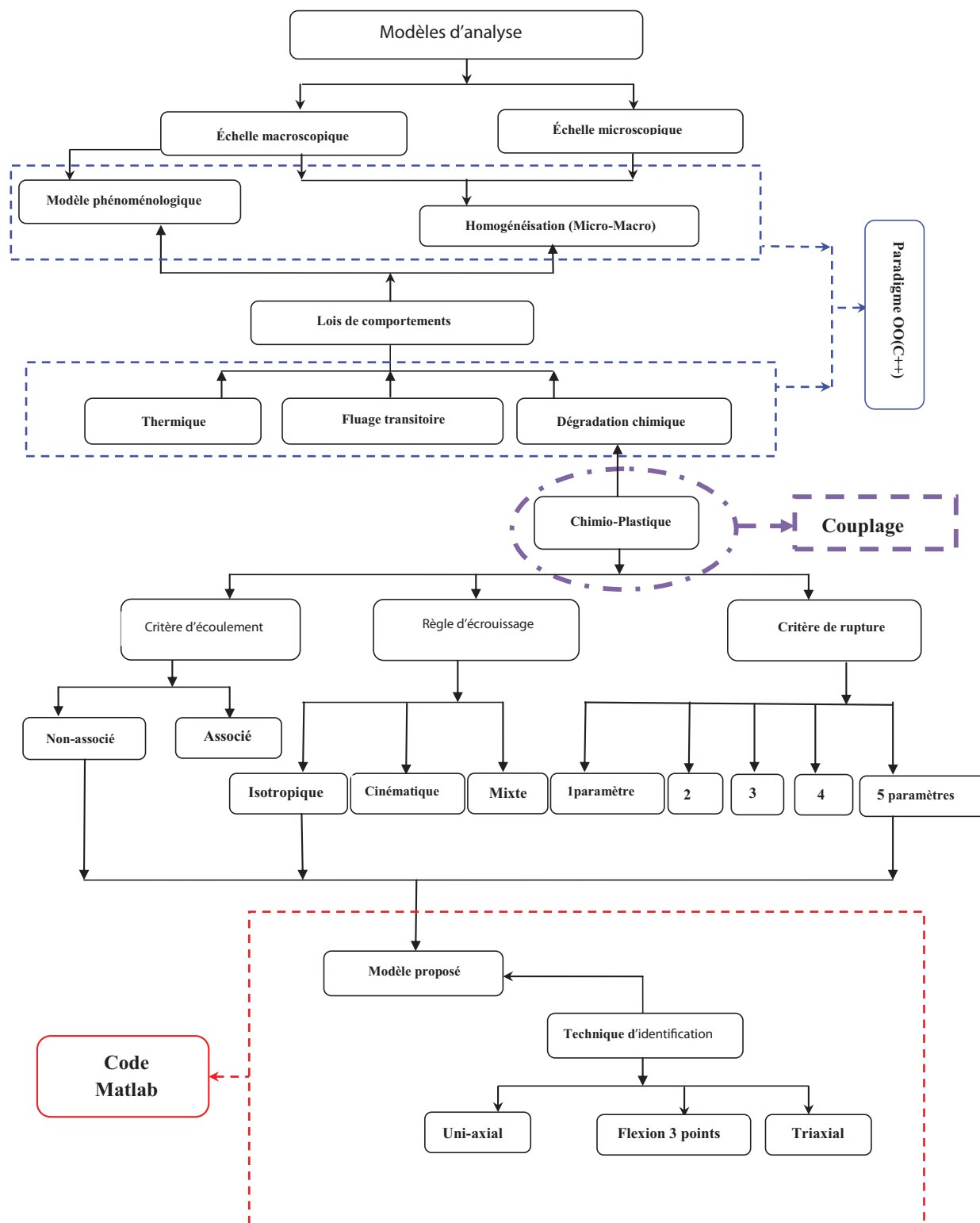


Figure 2.1 Organigramme du projet dont fait partie cette thèse

mation se recouper. Les trois sections suivantes présentent les articles qui répondent aux objectifs spécifiques de cette thèse.

### **2.2.1 Article 1 : Triaxial compressive strength of concrete subjected to high temperatures**

Cet article présente les résultats d'un programme expérimental conduit pour évaluer les propriétés résiduelles triaxiales à haute température. Les étapes et protocoles expérimentales sont présentés. Les résultats de cette étude permettent de caler les paramètres de la loi de comportement développée. Ces résultats sont aussi utilisés pour définir un problème inverse et comparer les deux résultats (expérimentale et théorique). Autres conséquences concomitantes à ce programme expérimentales ont été fructueuses, puisque les deux modèles de Mohr-Coloumb (linéaire) et de Newman (non-linéaire), largement utilisés à température ambiante, s'avèrent inefficaces pour décrire le comportement du béton à haute température. Une solution est alors proposée. Voici les principales conclusions décrites dans cet article :

- Les deux modèles de Mohr-Coulomb et de Newman ne corroborent pas avec les données expérimentales issues d'un béton préalablement exposé à haute température (jusqu'à 700°C).
- L'exposition de béton à des hautes températures, entre 300 et 700°C, résulte en une réduction substantielle de ses propriétés élastiques. Les spécimens soumis à une température de 700°C montrent de très mauvaises propriétés.
- Un modèle fiable est proposé par l'introduction des nouveaux paramètres fonctions de degré de déshydratation.
- Le modèle a été validé et a montré qu'il représente un cadre adéquat pour estimer la rupture du béton soumis à des températures allant jusqu'à 700°C. Ce modèle est utile pour déterminer la résistance résiduelle de béton soumis à des hautes températures.

### **2.2.2 Article 2 : Unified formulation for a triaxial elastoplastic constitutive law for concrete**

Cet article traite en partie l'objectif principal de cette thèse, car il propose le noyau du modèle chimiomécanique présenté à l'article 3. Le papier présente la formulation d'une loi constitutive unifiée pour décrire la réponse du béton sous une large gamme de chargement, aussi bien en tension qu'en cisaillement. Les phénomènes inélastiques sont décrits par un écoulement plastique et la direction est déterminée par le gradient du potentiel plastique. Cette approche permet de contrôler la dilataance inélastique en termes de la déformation plastique du matériau. Pour mieux estimer la direction de chargement, un nouvel potentiel plastique est introduit et calé expérimentalement. La superposition de la surface de rupture et de potentiel plastique (les deux définies dans l'espace de Haigh-Westergaard) montre que les deux courbes ne passent pas par les mêmes états de contraintes pour une résistance donnée. Il est impératif que chaque surface passe par le présent état de contrainte

afin d'évaluer convenablement les vecteurs normales. Une solution a été proposée pour prédire adéquatement l'état triaxial de la contrainte en n'importe quel point. Les capacités prédictives du modèle proposé ont été évaluées. La comparaison des données expérimentales et numériques montre la bonne précision du modèle pour évaluer un état de contrainte dans le béton à température ambiante.

### **2.2.3 Article 3 : Chemoplastic constitutive law for concrete exposed at high temperature**

Cet article met l'emphasis sur une nouvelle loi constitutive formulée dans l'article 2 et étendue au cadre chimioplastique. Généralement, la façon d'inclure la dépendance de la température sur le comportement mécanique de béton est d'utiliser les modèles d'élastoplasticité conventionnels et de faire varier certains paramètres. Cette dépendance de la température dans les modèles a pour principal effet de modifier la résistance de béton. L'aspect distinctif du modèle proposé réside dans la considération de la fonction déshydratation comme un caractère chimioplastique adoucissant au lieu des méthodes dites «traditionnelles» employées dans les modèles conventionnelles de l'élastoplasticité et faire varier certains paramètres en fonction de la température locale. C'est dans cette optique qu'un nouvel critère de rupture est proposé dans un cadre chimioplastique. Ce modèle est expérimentalement calibré.

Dans le but de reproduire efficacement l'impact des hautes températures sur la ductilité du béton, une nouvelle fonction de ductilité est proposée et calibrée sur tout le spectre du processus de déshydratation. Les fonctions d'écrouissage et d'adoucissement sont définies en termes de contraintes de confinement actives. La dilatance inélastique est exprimée à travers une règle d'écoulement non associée. De ce fait, un nouvel potentiel chimioplastique est proposé et calibré pour mieux estimer les directions de chargement. Les capacités prédictives du modèle ainsi développé sont démontrées. Les prédictions numériques sont comparées avec les résultats expérimentaux. La comparaison révèle que le modèle est précis sous différents états de contraintes pour un béton soumis à des températures entre 25 et 700°C.

## CHAPITRE 3

### ARTICLE 1 : TRIAXIAL COMPRESSIVE STRENGTH OF CONCRETE SUBJECTED TO HIGH TEMPERATURES

Rabah Hammoud, Ammar Yahia, Rachid Boukhili

#### Abstract

An experimental study was undertaken to investigate the applicability of Mohr-Coulomb and Newman models to predict the failure of concrete subjected to elevated temperatures. Concrete specimens of  $83 \times 166$  mm dimensions were prepared and subjected to various temperature levels of 300, 500, and 700°C. The tests were carried out in triaxial cell using various confining stress levels. The applied confining pressures varied between 1.4 and 24 MPa, corresponding to 3 and 54% of the uniaxial compressive strength. Test results indicated that the increase in temperature and/or confining pressure lead to a significant change in the mechanical properties of concrete. Furthermore, the Mohr-Coloumb and Newman models did not provide good fitting of the experimental data obtained on concrete subjected to high temperature of up to 700°C. A dehydrate index is introduced and used to define new variables in the existing models. The modified models are shown to adequately predict the residual strength of concrete that has been subjected to high temperatures.

#### 3.1 Introduction

Evaluation and prediction of concrete behavior after exposure to high temperatures is of great importance in several civil infrastructures, such as nuclear facilities, tunnels, and high-rise buildings. In fact, when exposed to high temperatures, mechanical and physical properties of concrete can be adversely affected (ACI, 1989; CEB, 1991; CEN, 1993, 1994; Bazant et Kaplan, 1996; Phan et Carino, 2000). Under elevated temperature exposure, cement matrix experiences microstructural changes that contribute to development of shrinkage, transient creep, and changes in mechanical properties and durability (Pihlajavaara, 1972). Furthermore, under certain circumstances, the concrete surface can spall due to thermal expansions and the development of high gas pressures (Phan *et al.*, 2001). This can therefore result in physico-chemical modifications and concrete deterioration, which may necessitate repair and strengthening to ensure safety and integrity of structures.

The most literature data concerning multiaxial stress behavior of concrete are determined at ambient temperature (Kotsovos et Newman, 1978b; Van Mier, 1986; Wang *et al.*, 1987; Smith *et al.*, 1989)



and only few information is available on concrete at high temperatures. It is reported that the temperature between 400 and 800°C is critical to the strength loss of concrete (Chan *et al.*, 1996). Luo *et al.* (2000) evaluated uniaxial compressive strength and microstructure of high-performance (HPC) and normal strength concrete (NSC) mixtures subjected to high temperatures. Test results indicated that HPC showed higher residual strength in spite of the fact that its strength degenerated more rapidly than that of NSC. Petkovski (2010) carried out an experimental investigation on stress-strain behavior of partially sealed concrete under multiaxial compression tests. The test results revealed that the presence of confining stress during the heating process produced a specific damage due to the major component of the load-induced thermal strain (LITS) in concrete. Schneider (1988) reported that when concrete is heated up to 750°C under a confinement up to 30% of the compressive strength ( $f_c$ ), the elastic modulus increased. However, for confinement levels between 30% and 50%  $f_c$ , there is no significant change in the elastic modulus.

Development of empirical models to evaluate the residual strength of concrete after a fire can be a useful tool. The Mohr-Coulomb (also known as Richart's model) failure criterion is one of the most used models because of its simplicity (Chen, 2007). This model assumes two different failure modes: the sliding and the separation modes. On the other hand, Richart and Newman proposed two empirical equations to express the failure criterion (Chen, 2007; Newman, 1979). In contrast to Richart's model, Newman proposed a nonlinear relationship between the ultimate strength and confining pressure. The Richart's and Newman's models are expressed by equations 3.1 and 3.2, respectively.

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = 1 + k \frac{\sigma_3}{f_c} \quad (3.1)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \sqrt{A \left( \frac{\sigma_3}{f_c} \right)^2 + B \left( \frac{\sigma_3}{f_c} \right) + 1} \quad (3.2)$$

where  $\sigma_1$  represents the longitudinal compressive peak stress, while  $\sigma_3$  represents the confining pressure,  $k$  is a constant determined from triaxial tests, and  $A$  and  $B$  are model's coefficients. The value of  $k$  is commonly set at 4.1 (Chen, 2007). However, different values have been proposed (Xie *et al.*, 1995; Ansari et Li, 1998; Candappa *et al.*, 2001). This notable difference is due primarily to the presence of lateral dilations and type of concrete. It is reported that Richart's model underestimates the strengths of the specimens at low confinement and slightly overestimates it at high confinement (Xie *et al.*, 1995).

These models were successfully used to evaluate the behavior of concrete under multiaxial loading at ambient temperature (Lan et Guo, 1997; Ansari et Li, 1998; Candappa *et al.*, 2001). For example, Ansari et Li (1998) employed the Richart's model to fit triaxial test results with confining pressure

ratio of up to 1 carried out on high-strength concrete of 103 MPa. The authors observed a good fitting to experimental data for the value of  $k$  ranging between 2.6 and 3. These models were also used by Lan et Guo (1997) and Li et Ansari (2000) to fit data obtained on concrete at ambient temperature. However, the applicability of these models to predict the behavior of concrete exposed to high temperature is not documented.

The objective of this study is to investigate the triaxial behavior of concrete and evaluate the applicability of Mohr-Coulomb and Newman models to predict the residual stress-strain of concrete subjected to temperature of up to 700°C. The experimental investigation aims also to generate data that can be used to develop a 3D constitutive law.

### **3.2 Research significance**

Establishment of failure criterion for concrete subjected to high temperatures is essential to predict its residual strength. This study presents an approach used to evaluate the applicability of two failure criteria commonly used for concrete at ambient temperature to predict the residual strength of concrete subject to high temperatures. The approach is based on chemoplastic softening concept. The accuracy of these failure criteria is improved by proposing modified models. The modified models were validated using experimental data.

### **3.3 Experimental program**

#### **3.3.1 Materials and mixing procedures**

The investigated concrete mixture was proportioned with a water-cement ratio ( $w/c$ ) of 0.55, cement content of 300  $kg/m^3$ , and coarse aggregate content of 1060  $kg/m^3$ . The mixture proportion was optimized to produce a concrete with a 28-day compressive strength of 45 MPa. The mixtures were proportioned using general use Portland cement complying with ASTM C150 specifications. The chemical and physical properties of cement are summarized in Table 3.1. A continuous crushed aggregate with a maximum size of 20 mm and absorption of 0.5% was used. The aggregate has a specific gravity of 2.65. Well-graded river bed siliceous sand of 0 – 5 mm was used. The gradations of the used fine and coarse aggregates are within the limit specified by CSA A23.2 standards. The concrete was prepared in batches of 100 L using a pan mixer with a capacity of 120 L. The mixing sequence consisted of homogenizing the sand and coarse aggregate for 1 minute before introducing 1/3 of the mixing water. The binder was then introduced followed by the remaining mixing water. The concrete was then mixed for 3 minutes. After a rest time of 2 minutes, the mixing sequence was resumed for another 3 minutes. Immediately after the end of mixing, the slump of the concrete was

Table 3.1 Chemical analysis of ordinary Portland cement

Chemical analyses, %	Cement
$SiO_2$	21.0
$Al_2O_3$	4.2
$Fe_2O_3$	3.1
$CaO$	62.0
$MgO$	2.9
$SO_3$	2.7
$Na_2O$	0.74
$LOI$	2.5
Specific gravity	3.16
Blaine fineness, $m^2/kg$	375
Tricalcium silicate (alite) ( $C_3S$ )	51
Dicalcium silicate (belite) ( $C_2S$ )	22
Tricalcium aluminate ( $C_3A$ )	5.6
Tetracalcium aluminoferrite ( $C_4AF$ )	9.5

determined followed by unit weight, air volume, and temperature. The mixing process and testing were conducted in a controlled ambient temperature of  $20 \pm 2^\circ\text{C}$ .

### 3.3.2 Temperature treatment

After 28 days of dry curing, the specimens were subjected to various temperatures of 300, 500 and  $700^\circ\text{C}$  and then cooled to ambient temperature. The oven is first set at  $200^\circ\text{C}$  before introducing the concrete specimens. For the investigated temperatures, the heating was carried out following a well-controlled increase of temperature corresponding to 0.6, 1.0, and  $1.20^\circ\text{C}/\text{min}$  to reach targeted temperatures of 300, 500, and  $700^\circ\text{C}$ , respectively. These correspond to heating periods of 3, 5 and 7 hours, respectively. These heating rates were carefully selected to ensure a uniform temperature repartition through the specimens during the heating period. The targeted temperature was maintained for 2 hours before starting the cooling process. The oven temperature was reduced following similar heating cycles. Once the oven temperature is reduced to ambient temperature, the specimens were sealed in aluminum foil until the day of testing. The testing was carried out within 48 hours after temperature treatment. Furthermore, differential thermal analyses were carried out on tested samples to determine the mass losses occurring during temperature treatment.

### 3.3.3 Specimen preparation and instrumentations

Twenty-four  $100 \times 200$  mm concrete cylinders were sampled and cured to determine the uniaxial compressive of concrete at 14 and 28 days of age. On the other hand, eighty-five  $83 \times 166$  mm cylinders were prepared to carry out triaxial tests. The selection of these dimensions was imposed by the geometry of the available triaxial cell. All concrete specimens were sampled and consolidated by the same operator. Immediately after mixing, the slump, air content, specific density, and temperature were assessed. Cylindrical samples were then prepared, covered to avoid evaporation and stored in room temperature of  $21 \pm 2^\circ\text{C}$ . Samples were demolded 24 hours after casting and stored under ambient conditions and 50% relative humidity. The end-faces of all concrete samples were grounded to ensure good parallelism, thus ensure uniform distribution of stress during testing. Specimens prepared to determine uniaxial compression were instrumented by two strain gage to determine axial strain during testing. Axial deformation was also determined using external LVDTs and two extensometers having 30 mm length. The two extensometers installed on circumferential side of concrete samples are used to determine the transversal strain (or volumetric strain). However, beyond the peak load and due to crack propagation in the concrete, the LVDTs displacements were used to determine an average axial strain. The cylindrical specimens were jacketed with a rubber membrane to prevent the damage of the extensometers during pressurization. The confining effect of the rubber was examined by comparing triaxial tests at low pressure with and without jacket.

### 3.3.4 Triaxial cell description

A Hoek triaxial cell type was used to carry out triaxial compression tests. The cell can withstand a pressure of 70 MPa and is equipped with an adapted pressure sensor. It is also equipped with a channel to allow circulation of confinement fluid. The specimen is introduced into a polyurethane impermeable and flexible membrane to prevent the intrusion of pressurized fluid into concrete. The membrane is not attached to the specimen or to the loading ram, but is held in place by fluid pressure acting on the membrane flanges. The confinement pressure is induced by injecting oil using a hydraulic pump with a maximum capacity of 60 MPa. A sensitive pressure sensor is connected to the cell to monitor variations of pressure and detect any overpressures during testing, hence facilitate restoration of desired pressure by means of regulator. Once the concrete sample is installed into the cell, the cell is then mounted on hydraulic MTS press machine of 1000 kN capacity for loading. The loading path consisted in increasing simultaneously the principal and confining pressure at a constant loading rate of 2.57 kN/s. Once the targeted confining pressure is reached, the uniaxial stress is increased to the targeted confining level (Figure 3.1). The uniaxial and confining pressures were controlled independently.

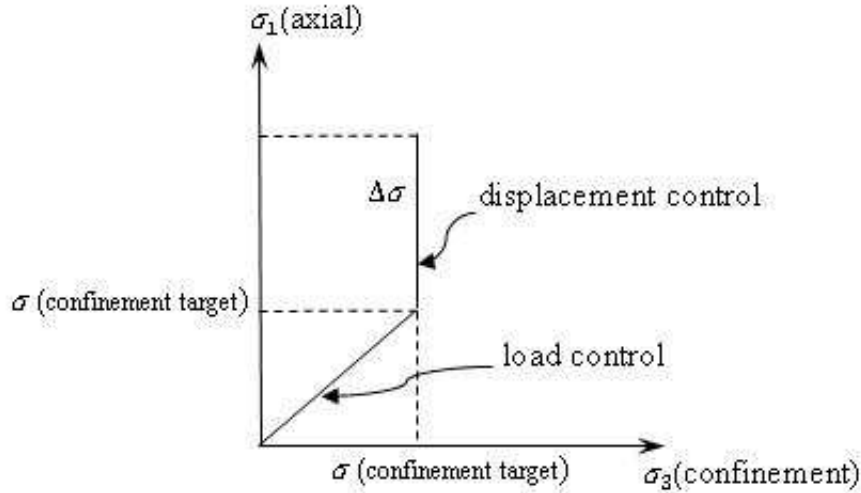


Figure 3.1 Loading path for triaxial tests

### 3.3.5 Triaxial tests procedure

For each sample and temperature level, five different confinement pressure values were applied. The highest pressure corresponds to approximately 54% of the uniaxial compressive strength of concrete cured at ambient temperature (reference concrete). The applied confinement pressures were 200 psi (1.38 MPa), 300 psi (2.07 MPa), 1000 psi (6.89 MPa), 2000 psi (13.79 MPa), and 3500 psi (24.13 MPa). These pressures correspond to 3, 5, 15, 31, and 54% of the uniaxial compressive strength, respectively. As mentioned earlier and shown in Fig. 3.1, the axial and confining pressures were increased simultaneously at a constant rate until the targeted confining pressure value is reached. At this point, the confining pressure was kept constant, while the axial load was varied in two loading-unloading loops up to 15% of uniaxial strength. The additional axial stress was then resumed at a constant piston-displacement rate of 0.006 mm/s. The tests were terminated at a uniaxial strain of 4%.

## 3.4 Test results and discussions

### 3.4.1 TGA and DTA

The mass loss of heated and unheated concrete samples derived from TGA and DTA analysis are presented in Figs. 3.2 and 3.3, respectively. As expected, test results showed two significant mass losses related to decomposition phenomena occurring at temperature up to 450°C and between 700°C and 850°C (Divet, 2005). On the other hand, five endothermic peaks are observed at 130, 390, 472, 575 and 830°C for unheated samples. It is well established that these peaks

are primarily related to decomposition of various hydrates of cement paste (Fares *et al.*, 2010). For example, the peak observed at 130°C corresponds to the extraction of adsorbed water from C-S-H and ettringite hydrates of cement pastes (Sha *et al.*, 1999). The results obtained in this study are consistent with those reported in references (Sha *et al.*, 1999; Divet, 2005). Indeed, Divet (2005) reported that beyond 700°C, the loss of mass is primarily due to decarbonization. For the unheated concrete (virgin concrete), the loss of mass at temperature lower than 450°C corresponds to the departure of free water, binding water of the hydrations products, such as ettringite, and hydrated calcium monocarboaluminates (Divet, 2005). This corresponds to approximately 7% of the initial mass; while the loss observed at higher temperatures (over 450°C) is mainly due to the departure of water contained in the portlandite and the C-S-H. This corresponds to approximately 2.3%.

The TGA results carried out on concrete samples subjected to high temperatures revealed that at temperatures between 20 and 450°C, the water loss decreased from 7.5% for unheated concrete to 4% for that heated at 300°C. On the other hand, for temperatures between 450 and 740°C, the water loss decreased from 10% to 7% when the temperature increased from ambient to 300°C. This water is slightly bound and can contribute in generating shrinkage of concrete, which may cause initial cracking in concrete (Khoury, 1986). Exposition of concrete to higher temperature of 500 and 700°C resulted in lower peak temperatures than those observed on samples subjected to a temperature of 300°C. This observation confirm that heat treatment cause partial or total disappearance of certain phases during heat treatments, which can explain, to some extent, the change in mechanical behavior of heated concrete.

### **3.4.2 Uniaxial and triaxial compression stress-strain responses**

The investigated mixture had a 28-day uniaxial compressive strength of 45 MPa. The uniaxial compression stress-strain curves obtained on concrete samples subjected to various temperatures are presented in Fig.3.4. It should be mentioned that each data is calculated as an average of three different measurements. As it can be observed, concrete specimens subjected to high temperatures showed higher decrease in ultimate compressive strength and higher axial strain values compared to concrete at ambient temperature. For example, specimens subjected to a temperature of 300°C resulted in 33% reduction in compressive strength (from 45 to 30 MPa) compared to the reference mixture (unheated). The exposition to higher temperatures of 500°C and 700°C resulted in a decrease of 62% (from 45 to 17 MPa) and 80% (from 45 to 9 MPa), respectively. Furthermore, exposition to high temperatures resulted in lower slope of stress-strain curve, i.e. higher axial strains. This is an indication of changes that occurred in the elastic properties of heated concrete. The elastic modulus and Poisson's coefficient derived from Fig.3.4 are shown in Figs. 3.5 and 3.6, respectively. The elastic modulus is defined as the initial tangent of the uniaxial stress-strain curve, while Poisson's

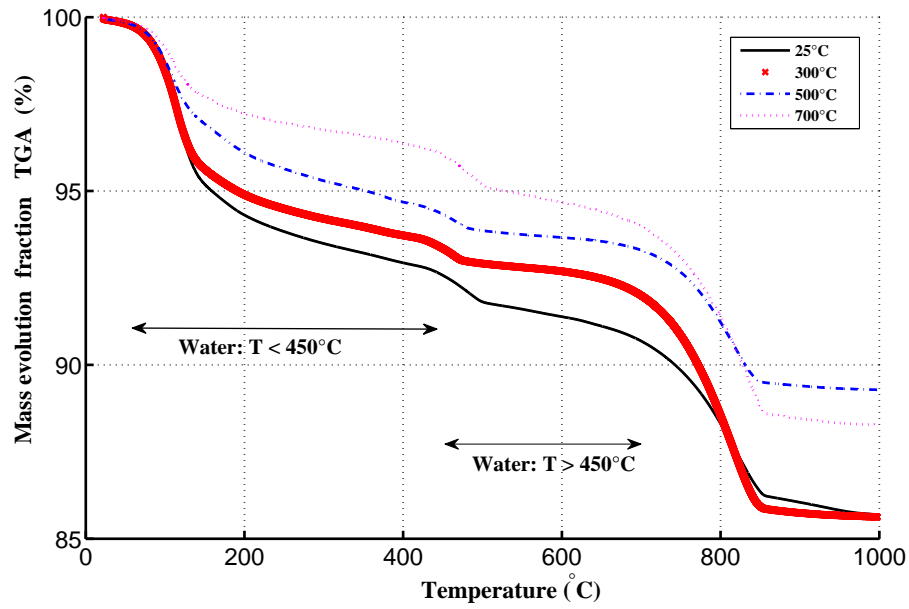


Figure 3.2 Mass evolution fraction of heated concrete

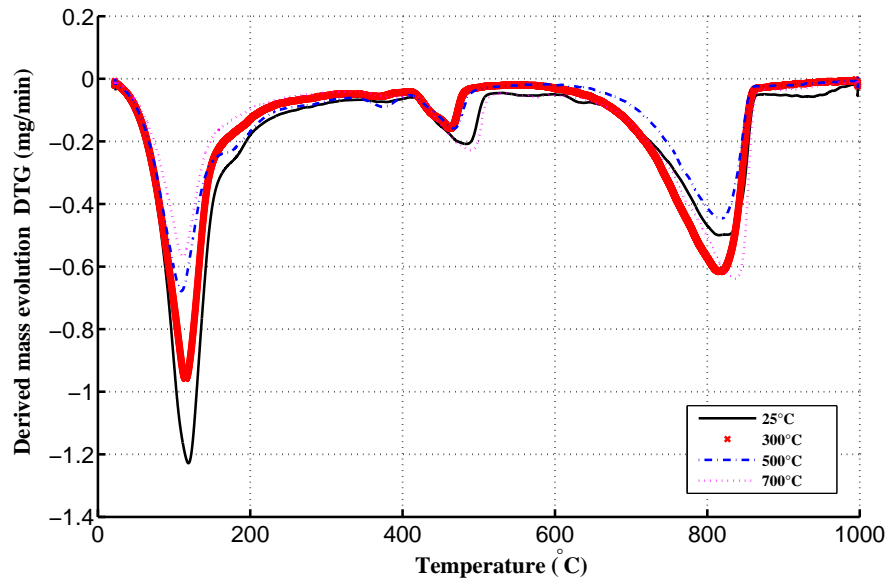


Figure 3.3 DTG curves for the investigated concrete at different temperatures

ratio is calculated as the ratio between radial and axial strains corresponding to the ultimate stress. As expected, concrete exposed to high temperature exhibited a considerable decrease in the elastic modulus and Poisson's coefficient (Lee *et al.*, 2008). For example, the elastic modulus and Poisson's

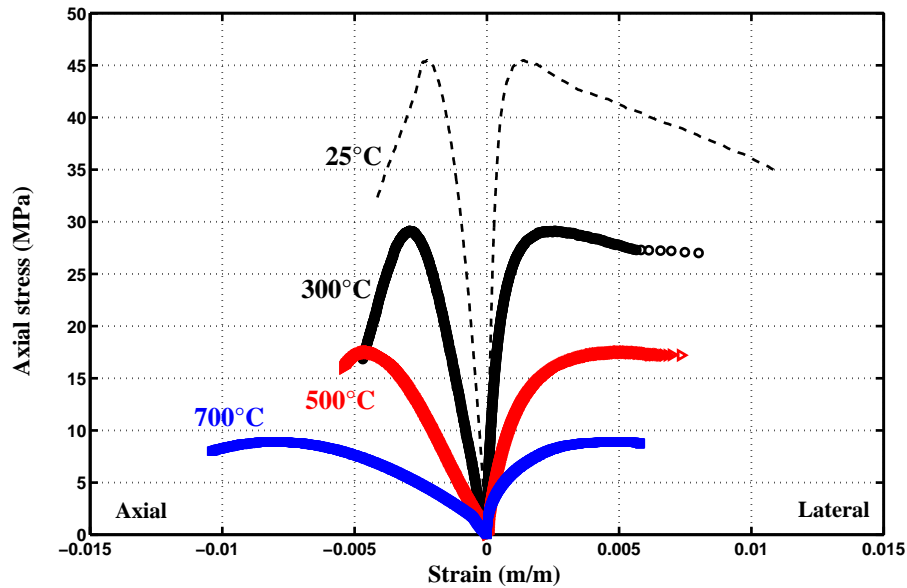


Figure 3.4 Residual stress-strain responses in uniaxial compression test

coefficient of concrete treated at 700°C are reduced by 93% and 30%, respectively compared to those determined on unheated concrete.

The experimental triaxial results determined on unheated and heated concrete specimens are summarized in Fig. 3.7. As can be observed, the application of lateral confining stress during axial loading increases the resistance and ductility of concrete, regardless of the level of temperature. For example, in the case of concrete samples at 25°C, a confinement pressure of 300 psi (2.07 MPa) increases the ultimate axial strength from 45 to 60 MPa. The application of confining pressures up to 1000 psi, corresponding to approximately 15% of the uniaxial compressive strength, resulted in stress-strain curves with well defined peaks and smooth descending post-peak curve, regardless of temperature level. At higher confinement pressures (2000 and 3500 psi corresponding to 31 and 54% of compressive strength, respectively), the stress-strain responses did not, however, exhibited a well-defined peak. This can be attributed to the fact that lateral (or volumetric) expansion was restrained by the lateral stress, resulting in higher confinement. In the case of measurements obtained on concrete sample treated at 700°C and submitted to 1000 psi confining pressure the results were not properly recorded and, consequently, were discarded. As expected, increasing the temperature level leads to a more fragile behavior of concrete. Moreover, the increase in temperature and confining pressure resulted in higher axial strain values.



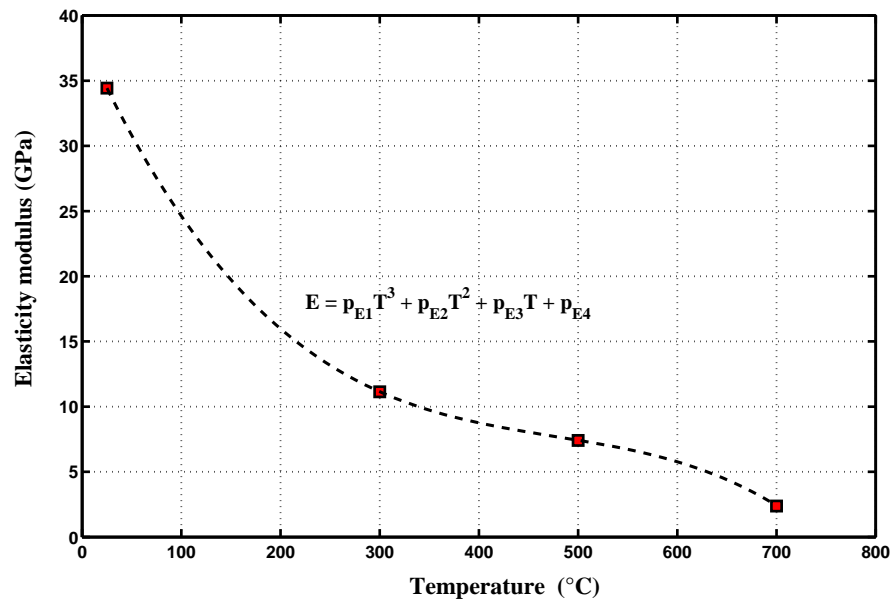


Figure 3.5 Variation of the Young modulus with temperature

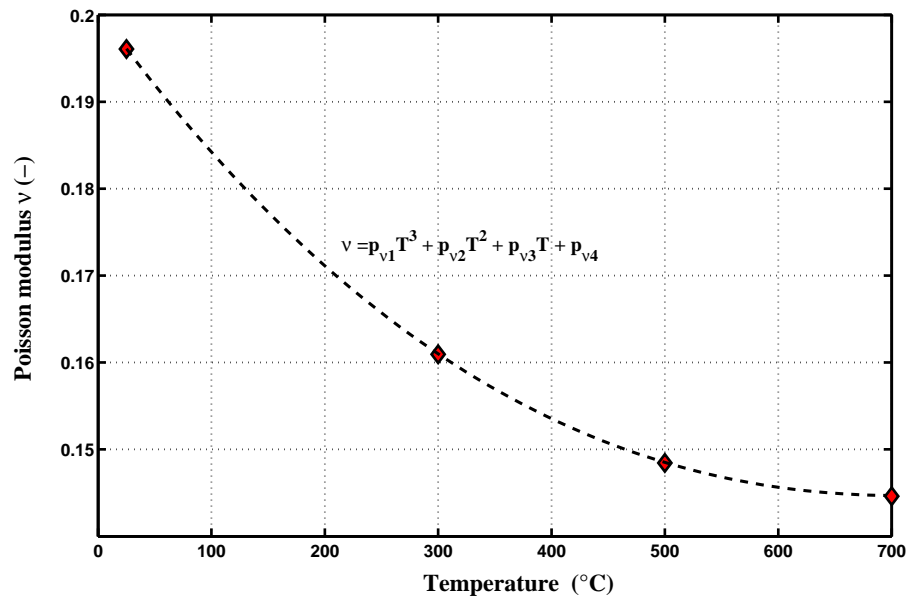


Figure 3.6 Variation of Poisson modulus with temperature

### 3.5 Discussions

#### 3.5.1 Experimental data results

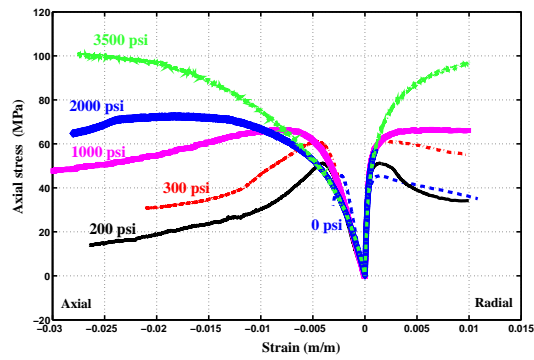
The changes in mechanical properties are very consistent with the results observed with the thermal analysis. As can be observed in Fig.3.4, concrete exposed to high temperatures of 300, 500, and 700°C exhibited uniaxial compressive strengths of 65%, 40%, and 20% of the initial strength at ambient temperature, respectively. The reduction in compressive strength (−36%) and elastic modulus (−68%) observed with concrete heated at 300°C can be explained by the mass loss observed between 0 and 200°C (−5%) as depicted in Fig. 3.2. The results of Fig. 3.4 clearly indicate that the strain at stress peak increases with temperature (Fig.3.8).

The variation of volumetric strain with axial and radial strains measured on samples subjected to different temperatures is summarized in Fig. 3.10. Heated concrete samples experienced larger volumetric contraction and relatively slower rate of expansion than those cured at ambient temperature. The volumetric expansion becomes, however, less pronounced with the increase in lateral pressure. Based on these results, it is evident that lateral expansion is primarily controlled by the confining pressure and then the temperature of concrete [Fig. 3.10(a) to Fig. 3.10(d)], regardless of temperature level. On the other hand, the results indicated that concrete confined at higher pressure of 3500 psi experienced lower volumetric expansion. Temperature might have induced considerable damage to the internal structure. As a result, the less heated specimens have a more inelastic response.

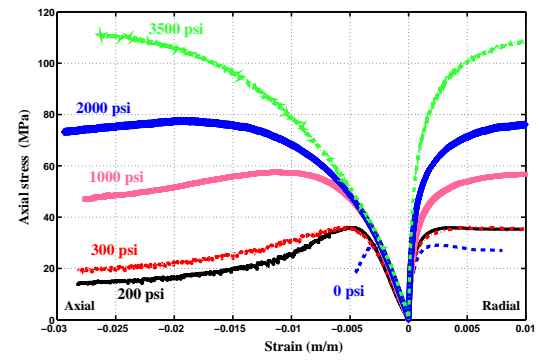
#### 3.5.2 Proposed failure models

The experimental triaxial results are fitted to linear and nonlinear failure models given by equations 3.1 and 3.2, respectively [Fig. 3.11(a) to Fig. 3.11(d)]. The quality of regression was evaluated using the determination coefficient index ( $R^2$ ). As can be observed in Fig.3.11, Richart's model ( $k = 4.1$ ) did not provide good fitting of the experimental data ( $R^2$  values ranging between 0.716 and 0.865). On the other hand, as can be observed, the value of  $k$  (slope of the linear curve) increased with temperature. For example, the value of  $k$  for concrete at ambient temperature was 2.3. This value was 3.5, 4.1, and 3.6 for concrete subjected to 300, 500, and 700°C, respectively. This suggests that the effect of confining pressure on the failure strength depends on temperature level. Substantial decrease in failure strength is observed with higher temperature levels.

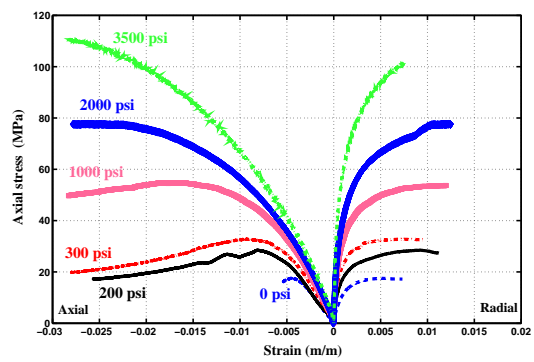
The use of Newman's model did not result in good fitting of the experimental data. This model is modified to enhance the fitting of the generated data. As summarized in Table 3.2 for heated concrete, the value of  $C$  corresponding to 0.25 provide a more accurate fitting than the value of 0.50



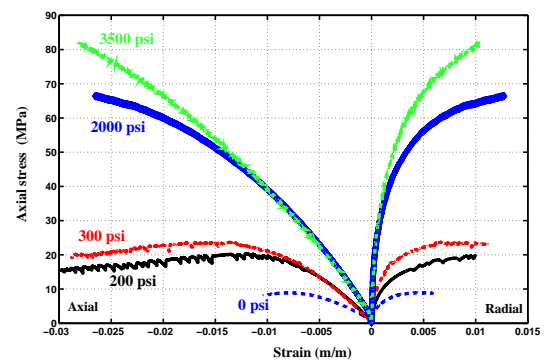
(a) 25°C



(b) 300°C



(c) 500°C



(d) 700°C

Figure 3.7 Residual axial stress-axial strain and axial stress-radial strain responses for different confining pressures and temperatures

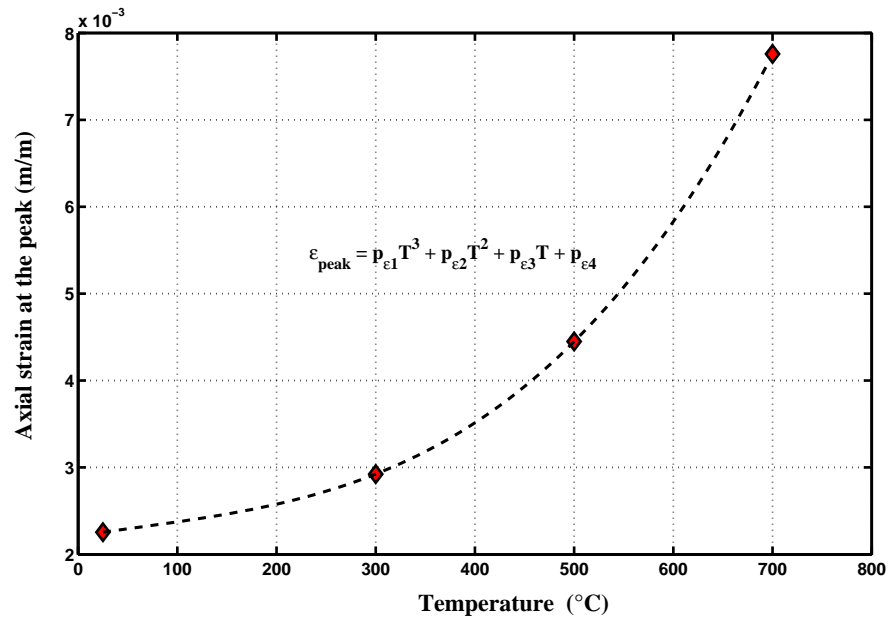


Figure 3.8 Variation of the axial strains at the peak with temperature

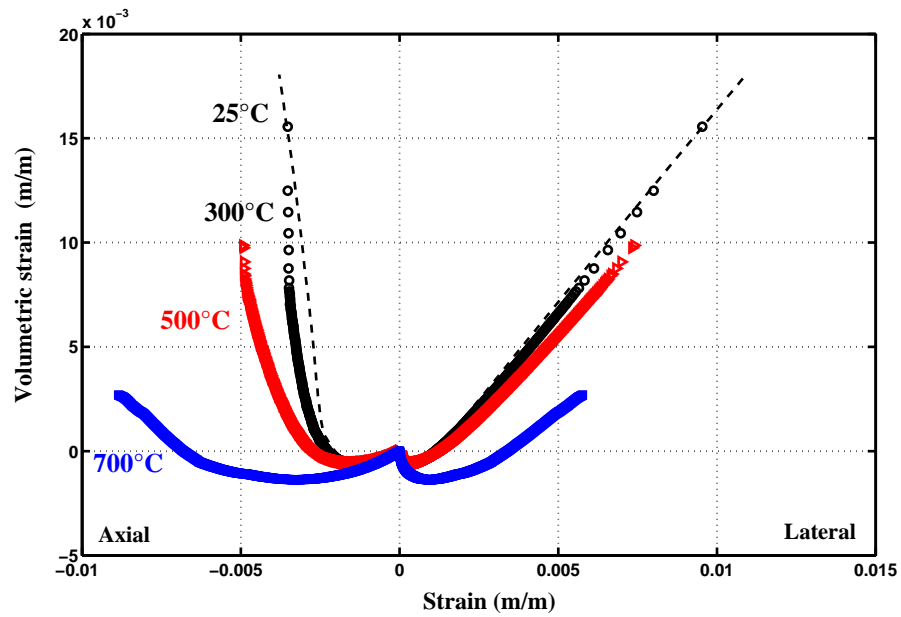
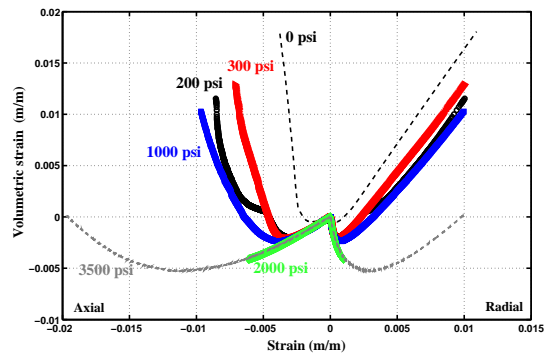
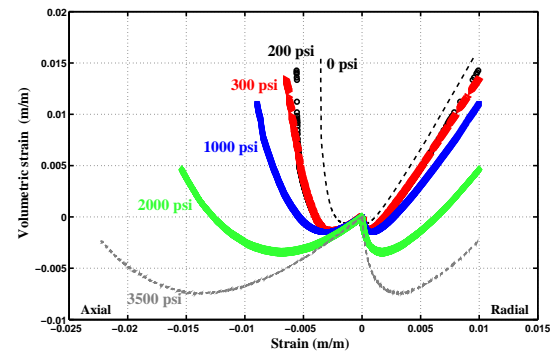


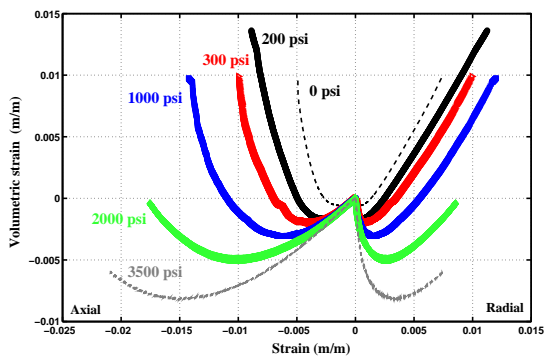
Figure 3.9 Variation of volumetric strain with axial and radial strains measured under uniaxial compression



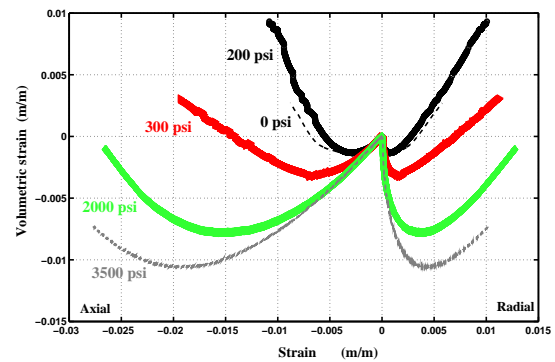
(a) 25°C



(b) 300°C



(c) 500°C



(d) 700°C

Figure 3.10 Variation of volumetric strain with axial and radial strains responses for different confining pressures and temperatures

Table 3.2 Fitted parameter- $C$  of Newman failure criterion

T(°C)		25	300	500	700
Newman model	$C$	0.5			
	$R^2$	0.711	0.929	0.877	0.628
Newman modified model	$C$	0.12	0.27	0.26	0.23
	$R^2$	0.839	0.992	0.994	0.999
Improvement (%)		18.08	6.82	13.35	54.39

as proposed initially by Newman. As can be observed in Fig. 3.11, the proposed model provided better fitting of the experimental data compared to the existing models. Indeed, data presented in Table 3.2 indicated better fitting (higher  $R^2$  values).

Test results showed a substantial decrease in failure strength with temperature. This can be explained by thermal-induced damage of concrete. In general, in heated concrete, the damage mechanisms are mainly due to dehydration of cement matrix that cause the strength loss (Ulm *et al.*, 1999a). The behavior of concrete subjected to high temperature vary as the reverse of hydration of concrete, and can be a coupled thermo-chemo-mechanical problem (Ulm et Coussy, 1995, 1996). As the development of the strength and stiffness with the degree of hydration is generally treated as a chemo-plastic hardening (Ulm et Coussy, 1995, 1996), the dehydration can be considered as a chemo-plastic softening as well. Therefore, a dehydration index  $\xi$  is introduced. This index is defined as the ratio between the uniaxial strength at temperature  $T$  and the uniaxial strength at ambient temperature:

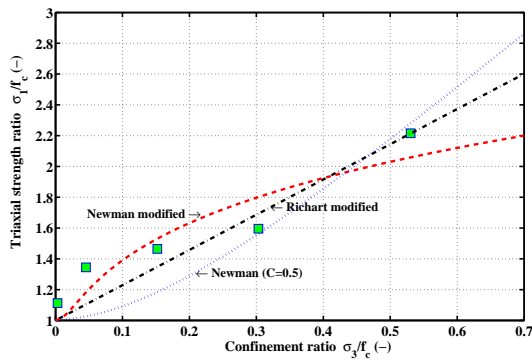
$$\xi = \frac{f_c(T)}{f_c(T_{ambient})} \quad (3.3)$$

It is used to define new variables that are introduced in the existing models as follow:

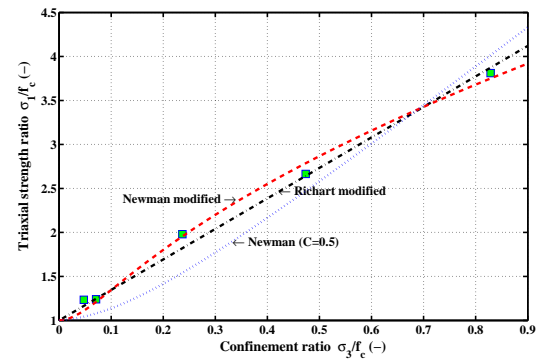
$$\frac{\sigma_1}{f_c} = 1 + a(\xi) \frac{\sigma_3}{f_c} \quad (3.4)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \left( A(\xi) \left( \frac{\sigma_3}{f_c} \right)^2 + B(\xi) \left( \frac{\sigma_3}{f_c} \right) + 1 \right)^{C(\xi)} \quad (3.5)$$

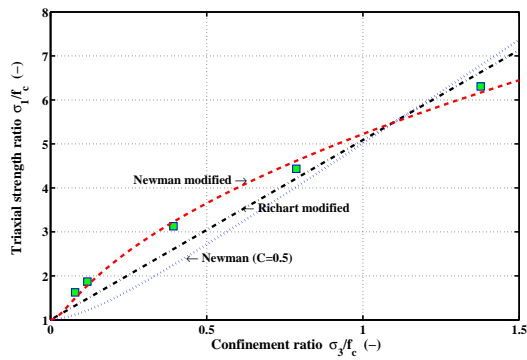
These modified models (Eqs.3.4 and 3.5) are used to fit the experimental data. Correlations between the new proposed parameters and degree of dehydration are summarized in Figs.3.12 and 3.13. As illustrated in Table 3.2, the introduction of these new parameters resulted in better fitting of the failure envelope (higher  $R^2$  values). The proposed models can also be used to estimate the parameters for intermediate temperature levels and, consequently, determine the failure criteria.



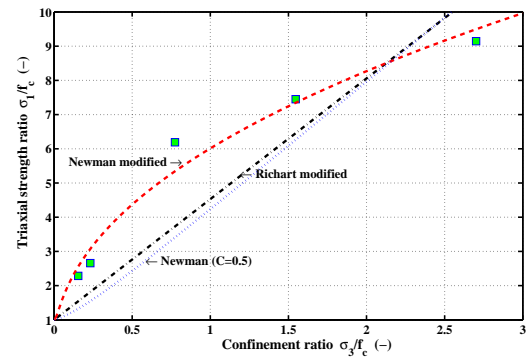
(a) 25°C



(b) 300°C



(c) 500°C



(d) 700°C

Figure 3.11 Variation of triaxial strength ratio with confinement level for different temperatures (Richart and Newman criteria)

### 3.6 Conclusions

Based on test results presented in this paper, the following conclusions can be pointed out:

1. The existing failure Mohr-Coulomb and Newman models did not accurately fit the experimental data determined on concrete exposed to high temperatures (up to 700°C).
2. The exposition of concrete to temperatures ranging between 300 and 700°C resulted in substantial reduction of uniaxial compressive strength, elastic modulus, and Poisson's coefficient. The specimens subjected to the highest temperature of 700°C showed the lowest mechanical properties.
3. An accurate model is proposed by introducing new parameters that are functions of the degree of dehydration.
4. The proposed model is validated and is shown to adequately represent the failure criterion of concrete subjected to high temperature. This can be useful in estimating the failure strength for concrete at high temperatures.

### Acknowledgement

The authors wish to thank Georges Lalonde from the Université de Sherbrooke for his support in carrying the experimental program.

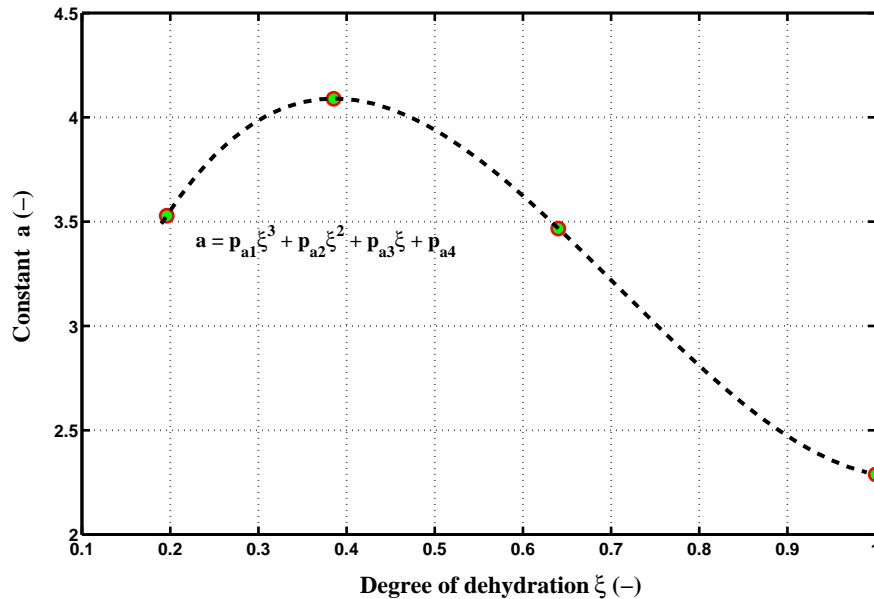
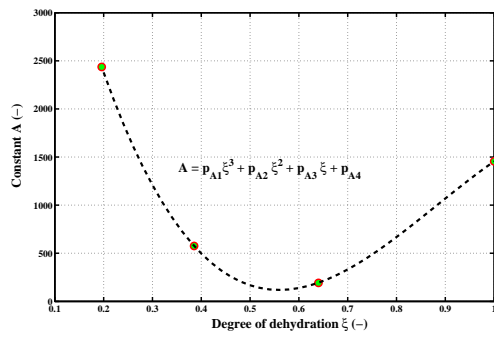
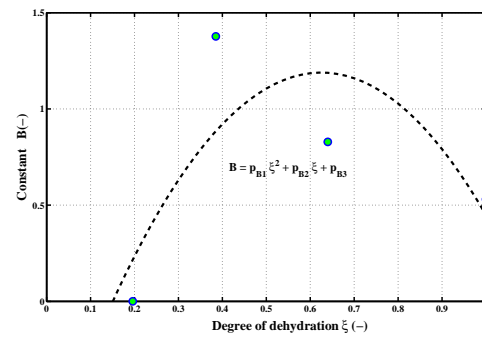


Figure 3.12 Variation of constant  $a$  with dehydration index (Richart's constant)

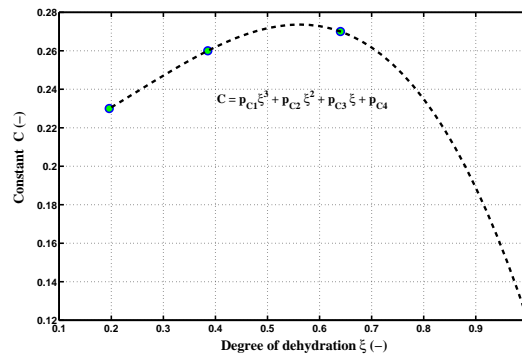




(a) Constant A



(b) Constant B



(c) Constant C

Figure 3.13 Variation of the Newman's constant  $A$ ,  $B$ , and  $C$  with dehydration index  $\xi$

## CHAPITRE 4

### ARTICLE 2 : UNIFIED FORMULATION FOR A TRIAXIAL ELASTOPLASTIC CONSTITUTIVE LAW FOR PLAIN CONCRETE

**Rabah Hammoud, Rachid Boukhili, Ammar Yahia**

#### **Abstract**

This paper aims to formulate a new constitutive model to describe the triaxial load-response spectrum of plain concrete in both tension and shear. The inelastic phenomena are described using the plastic flow with direction determined by the gradient of the plastic potential. This approach can allow controlling the inelastic dilatancy in terms of the inelastic deformation of the material. A new plastic potential is introduced and experimentally fitted to ensure better estimate of the load direction. By overlaying the plastic potential on modified Etse and Willam's yield surface (both defined on the Haigh-Westergaard coordinates), the results showed that for a given strength level the two curves do not undergo similar stress states. It is, therefore, necessary that each surface goes through the current stress state to ensure adequate evaluation of normal vectors. A closed-form solution to accurately predict the triaxial stress state in concrete has been proposed. The predictive capabilities of the proposed model are evaluated. The comparison between predicted and experimental data showed that the proposed model is accurate to predict stress state of plain concrete.

#### **4.1 Introduction**

The analysis of mechanical behavior of materials is generally based on conditions associated with particular states, such as the yield stress, the limits in compression, and the post-peak behavior. In order to describe the evolution of these states, scalar functions describing failure criteria were developed (Hill, 1950). These functions are expressed in the space of principal stresses to reflect the physical evolution of the materials (Hill, 1950). Numerous studies conducted on loading modes of concrete showed that loading generates transitions in the behavior of materials (Babu *et al.*, 2005). For instance, a material can change from elastic to inelastic or from pre-rupture to post-rupture phase. In order to adequately represent the response of a material under different loads, the constitutive laws should take into account the specific conditions related to these transitions. Criteria of plasticity (or of flow) which are convex in the space of the principal stresses are then introduced.

Various studies have been published on plasticity models for concrete (Chen et Chen, 1975; Lin

*et al.*, 1987; Pekau et Zhang, 1994; Men  trety et Willam, 1995; Kang, 1997; Kang et Willam, 1999; Grassl *et al.*, 2002; Papanikolaou et Kappos, 2007). In general, cohesive and frictional materials, such as concrete, exhibit complex response phenomena including pressure sensitivity, inelastic dilatancy, strain softening, and path dependency (Imran et Pantazopoulou, 2001). These are the key factors responsible of the nonlinear behavior of concrete. The main difficulty in developing realistic models that can describe adequately the behavior of concrete is the strong dependence of the strength, the stiffness, and the ductility with the load path. The development of plasticity criteria followed two major approaches that are usually applied with metals and geomaterials (Chen et Chen, 1975). For example, Aubertin *et al.* (2003) reported that is current to use criteria independent of the stress's first invariant  $I_1$  (or mean stress  $\sigma_m = I_1/3$ ) as it is in the case of the criterion of Tresca and von Mises. The frictional component associated with the effect of spherical part (or hydrostatic) of  $\sigma_{ij}$  is neglected. The majority of the models employed for porous metal compounds and powders are based upon the von Mises criterion (Aubertin *et al.*, 2003). In addition, the Coulomb criterion was the basis for the majority of the criteria employed for the geomaterials (rocks, concretes, etc).

In the fifties, Drucker and Prager proposed a circular version in the plane of the octahedral stresses (i.e. near to von Mises criterion), while maintaining the linear relation between  $I_1$  and  $J_2^{1/2}$  (without using  $\theta$  or  $J_3$ ) (Drucker *et al.*, 1957). Comparative syntheses and often criticisms on these various criteria were presented by Chen (2007). During the seventies, Lade (Lade et Duncan, 1973, 1975; Lade, 1977) carried out three dimensional compressive tests on non-cohesive soils to determine their mechanical resistance characteristics. Test results showed that in the deviatoric plan, the failure surfaces resemble to the deviatoric sections of Mohr-Coulomb model, except that they are always smooth and regular (Lade et Duncan, 1975). Thereafter, the authors developed a criterion that consists in function of the first invariant  $I_1$  and the third invariant  $I_3$  of the stress tensor. Schreyer (1989) proposed a failure surface in terms of the three invariants of stress, in which the form of surface in the deviatoric plane is function of the mean pressure. At low mean pressure, the shape of section is a triangle, but change to circular shape with higher pressure levels. This is similar to that of Drucker-Prager at high pressure levels. The model can be applied to steels, geotechnical materials, and concrete.

Hane et Chen (1987) and Ohtani et Chen (1989) were among the first authors who proposed a unified elastoplastic model for concrete with strain hardening and softening. The Willam and Warnke failure criterion with a non-associated flow rule was used. In this model, the plastic potential takes the form of a Drucker-Prager to enable direct assessment of the normal potential.

The models developed by Pramono et Willam (1989) and by Etse et Willam (1994) reproduced

well the three dimensional deformations and stresses of concrete under various loads. The failure surface is a function of three invariants of stress tensor and has curved meridians and trilobate deviatoric sections. The elastoplastic model has a system of hardening and softening parameters. Equivalent plastic strain serves as hardening variable and itself is a function of pressure. Although the model can accurately assess the magnitude of permanent deformation under various loads, it did not distinguish plastic potential (Pramono et Willam, 1989; Etse et Willam, 1994). To estimate the direction of strain, the derivative of the function of the loading surface is therefore changed.

Crouch et Tahar (2000) took over the model of Etse et Willam (1994) and introduced a new plastic potential to better reproduce the direction of plastic deformation. In addition, they changed the functions of softening in order to take into account the mode of failure on the rate of released energy. Other researchers modified the Men  trety et Willam (1995) model by changing the hardening function, which became a function of the volumetric plastic strain instead of the equivalent plastic strain (Grassl *et al.*, 2002; Papanikolaou et Kappos, 2007). The modified model is shown better predict the stresses and strains for uniaxial, biaxial, and triaxial compression loading modes. Meyer *et al.* (1994) presented an elastoplastic model covering the nonlinear triaxial behavior of the concrete under both compression and tension loading. Since the behavior in tension is different from that in compression, two different functions of hardening are defined. One for the loading in tension and another for loading in compression before rupture. The surface of loading evolves (i.e. moves) according to a factor  $k$  which is different in tension and compression. To model the nonlinear behavior of the volumetric contraction-dilation, a non associated law of flow is applied; while to avoid tensile stress be excluded, those models should be properly combined with a tensile fracture model for it to be usable in general finite element applications.

Although various studies and tentative are made to improve different constitutive models, it should be noted that since the suggested models are only applicable in the concrete compression regime or using a nonspecific hardening-softening functions. Furthermore, the main objective of this study is to formulate a new triaxial constitutive model that can successfully simulate the large spectrum of loading. The new model should be also easy to be efficiently implemented in a finite element analysis.

## 4.2 Triaxial constitutive formulation

Reliable finite element modeling of concrete requires the use of accurate constitutive models. Although the existence of reliable models, the common concrete plasticity that succeed in actively-confined concrete weakens their prediction capabilities. The concrete plasticity needs to be include

in the following three features: (a) a yield criterion including the third deviatoric stress invariant; (b) a hardening/softening rule which is dependent on the confining pressure; and (c) a flow rule which is dependent not only on the confining pressure but also on the rate of confinement.

#### 4.2.1 Yield surface criterion

Concrete failure must encompass pressure sensitivity and tensile strength limiter. This is the consequence of the combined effect of cohesive strength of cement paste and frictional adhesion of aggregate interaction. Beyond the elastic limit, concrete can break in tension, shear, or confined compression. The model proposed by Etse et Willam (1994) to describe the triaxial behavior under a wide range of loading histories is modified to take into account the elastic-plastic behavior of concrete. The resulting strength criterion provides a fair representation of the tensile/cohesive strength of cement materials and a reasonable description of shear-strength. The proposed failure criterion is expressed using Haigh-Westergaard coordinates which span a cylindrical coordinate system in the stress space. This criterion is given by:

$$F(\sigma_m, \rho, r(\theta)) = \frac{3}{2} \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right]^2 + \frac{m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{\sqrt{6}} \right] - 1 = 0 \quad (4.1)$$

The three unified coordinates  $\sigma_m$ ,  $\rho$ , and  $\theta$  are defined as:

- $\sigma_m$  is the mean normal stress or hydrostatic pressure expressed by:

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{tr(\sigma)}{3} \quad (4.2)$$

- $\rho$  is the deviatoric stress defined by:

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (4.3)$$

$J_2$  is the second invariant of the deviatoric stress tensor  $s$ :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} \quad (4.4)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (4.5)$$

- $\theta$  the polar angle which determining the direction of the octahedral shear stress and locating the stress state relative to the meridians of tension and compression around the hydrostatic axis. The angle  $\theta$  is defined as follows:

$$\cos 3\theta = \frac{\sqrt{27}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} \quad (4.6)$$

$J_3$  is the third invariant of the deviatoric stress tensor  $\mathbf{s}$  defined by:

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = \frac{1}{3} \det \mathbf{s} \quad (4.7)$$

The parameter  $m_f$  is evaluated as the fraction between the compressive strength ( $f_c$ ) and the triaxial tensile shear value ( $f_{tt}$ ) as follows:

$$m_f = \frac{f_c}{f_{tt}} \quad (4.8)$$

Triaxial tensile  $f_{tt}$  is assumed equal to the uniaxial tensile value (Etse et Willam, 1994). The triaxial criterion can be approximated by an elliptic description of the Willam and Warnke model in the deviatoric region to generate a continuous surface (Willam et Warnke, 1975). The polar coordinate is expressed as (Willam et Warnke, 1975):

$$r(\theta, e_r) = \frac{4(1 - e_r^2) \cos^2 \theta + (2e_r - 1)^2}{2(1 - e_r^2) \cos \theta + (2e_r - 1) \sqrt{4(1 - e_r^2) \cos^2 \theta + 5e_r^2 - 4e_r}} \quad (4.9)$$

The eccentricity ratio  $e_r$  is defined as the ratio of the tensile meridian to the compressive meridian (Willam et Warnke, 1975):

$$e_r = 1 - \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{m_0} - c_e)}{\sigma_m - c_e} \quad (4.10)$$

where  $c_e$  and  $\sigma_{m_0}$  are constants. The term  $\sigma_{m_0}$  is the triaxial tensile strength of the material. To preserve convexity, the eccentricity must be between 0.5 and 1 ( $0.5 \leq e \leq 1$ ).

Figure 4.1 shows the spread in the peak compressive meridian using data from literature (Li et Ansari (2000); Ansari et Li (1998); Candappa *et al.* (2001); Imran et Pantazopoulou (1996); Sfer *et al.* (2002); Xie *et al.* (1995); Yan *et al.* (2009); Attard et Setunge (1996); Lan et Guo (1997); Lee *et al.* (2004); Hammoud *et al.* (2013b)). These various studies were carried out by taking into account the effects of degree of saturation, type of cement and aggregates, loading path, dimension of specimens, confinement levels, etc. For this reason, the failure criterion was originally formulated as an expression of second order parabolic Mohr envelope (Etse et Willam, 1994). The proposed yield surface can be represented by a more flexible approximation given by equation 4.11:

$$F(\sigma_m, \rho, r(\theta)) = a_f \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right]^{\alpha_f} + \frac{m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f} \right] - 1 = 0 \quad (4.11)$$

where  $r(\theta)$  is the polar coordinate,  $f_c$  is the absolute value of strength in uniaxial compression,  $a_f$ ,  $m_f$ , and  $b_f$  are constants. The variable  $\alpha_f$  is used to define  $\rho(\sigma_m)$  as a nonlinear function.

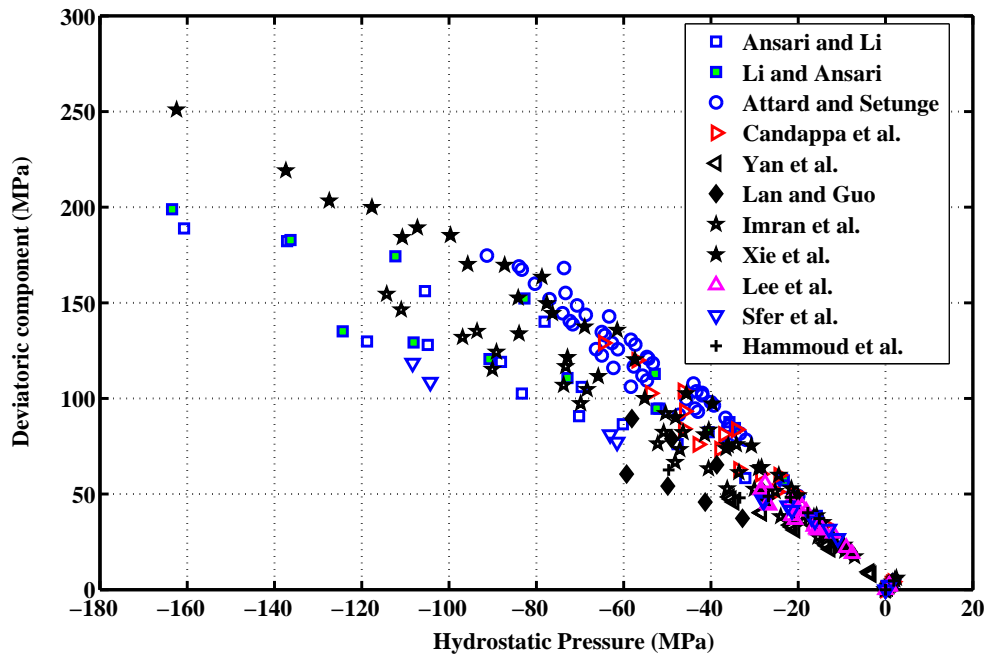


Figure 4.1 Experimental data on Haigh-Westergaard coordinates

The failure surface is plotted in Figure 4.2 for the meridional sections  $\theta = 0$  (tensile meridian), and  $\theta = \pi/3$  (compressive meridian). On the other hand, Figure 4.3 shows the deviatoric sections at different levels of mean normal stress. As can be observed, in tension mode the deviatoric sections approach the triangular shape of the Rankine envelope. With increasing confinement, the shape becomes circular approaching Drucker-Prager criterion. The depicted failure is smooth and a  $C^1$ -continuous curvilinear trace.

#### 4.2.2 Isotropic loading surfaces in pre- and post-peak

##### Isotropic hardening

In the present formulation, two assumptions were made: (1) The concrete is isotropic and remains isotropic during the entire deformation process; and (2) the elastic-plastic coupling is neglected. During the hardening regime, the loading surfaces are generated by individual specific values of normalized strength parameter  $k$ , where  $0 \leq k \leq 1$ . At the same time, the cohesion parameter  $c$  related to the softening regime remains constant during loading. At the beginning of loading, the elastic regime is limited by a surface loading with initial value of  $k = k_0$ . The function of the failure

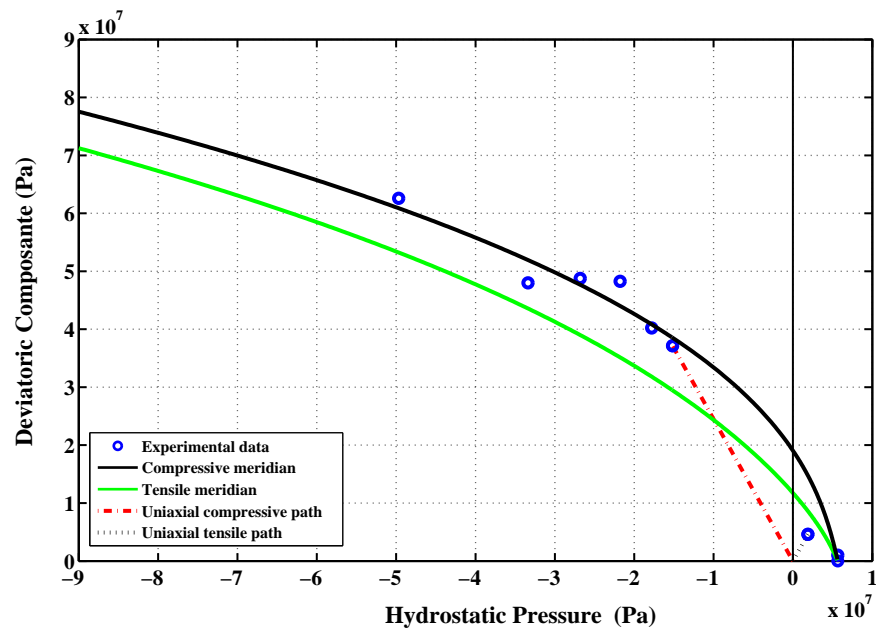


Figure 4.2 Meridional sections of triaxial failure (data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

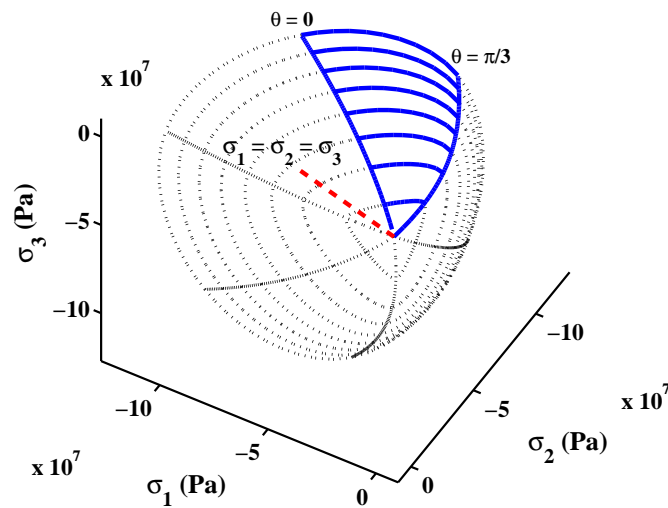


Figure 4.3 Deviatoric sections of triaxial failure



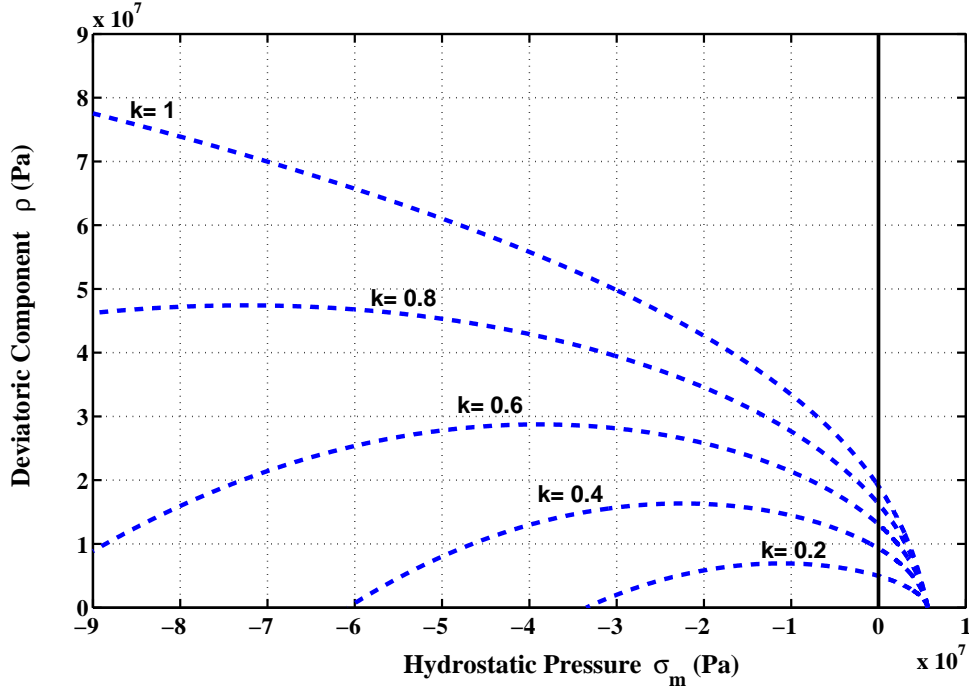


Figure 4.4 Triaxial failure envelope in hardening mode

envelope in equation 4.11 is then modified to take the following form:

$$F(\sigma_m, \rho, r, k, c) = \left\{ (1 - k) \left[ \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{\rho r(\theta)}{b_f f_c} \right]^2 + a \frac{1}{\alpha_f} \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right\}^{\alpha_f} + \frac{k^{\beta_f} m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f} \right] - k^{\beta_f} c = 0 \quad (4.12)$$

The equation 4.12 serves to define the surface loading which is highly important in the plastic model. This was initially formulated by Etse et Willam (1994), except that the parameter  $\beta_f$  is introduced instead of  $k^2$  in the original model. This parameter was first introduced for carbeneous materials (D'amours, 2004). The originality of the proposed triaxial failure function consists in reproducing the hardening regime of the material in both tension and compression by incorporating  $\beta_f$  to reproduce experimental stress-strain ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) curves (e.g. Kang (1997); Crouch et Tahar (2000)). The shape of the loading surface is shown in Figure 4.4.

The loading surface is then closed to define a certain elastic region. It is assumed that the material begins hardening at 20% of its ultimate strength. Through the uniaxial compression path, the hardening is linear because the distance between two successive surfaces is substantially the same. In uniaxial tension, the hardening is not linear because the surface at  $k = 0.8$  and  $k = 1$  are superimposed.

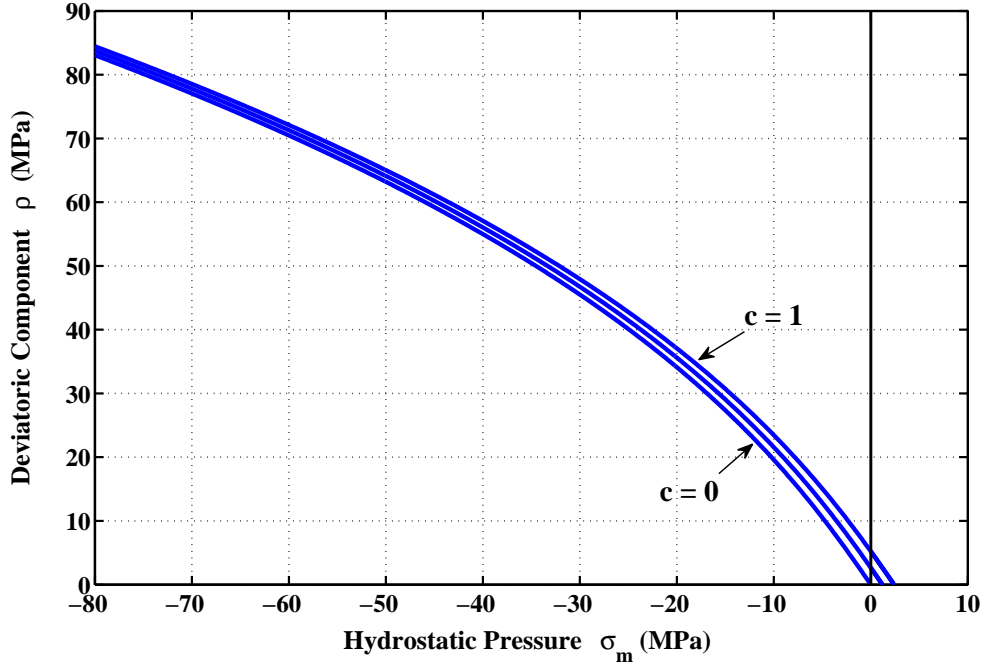


Figure 4.5 Triaxial failure envelope in softening mode

### Isotropic softening

In order to obtain a continuous model taking into account the reduction of strength in a rational manner, the plastic-softening model consider the concept of fracture energy to assess the strength degradation in both tension and compression loading modes. The fracture energy is expressed in terms of crack opening (mode I) and is extended to the splitting in shear and compression (mode II) as well as distributed microcracking in shear (mode II and mode III). The failure mode depends mainly on the level of confinement where the softening is most pronounced in direct tension. The loading function (equation 4.12) is modified to describe the degradation of the tensile strength and shear in the form of isotropic decohesion. When cohesion parameter  $c$  decreases to zero, the values of tensile strength also tend to zero. At this stage ( $c = 0$ ), the residual resistance may be due to friction between aggregates and paste matrix. The surface failure during softening varies depending on the setting of decohesion and is expressed by Eq. 4.13 (see also Figure 4.5):

$$F_s(\sigma_m, \rho, r(\theta), c) = a_f \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right]^{\alpha_f} + \frac{m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f} \right] - c = 0 \quad (4.13)$$

### 4.3 Plastic potential function

Based on the strain decomposition into elastic  $\epsilon_e$  and plastic  $\epsilon_p$  components (De Borst, 1986), the total strain is expressed as follow:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (4.14)$$

The elastic response of the material is defined by Hooke's law using the elasticity tensor  $\mathbf{H}$  and the plastic response is governed by flow rule:

$$\dot{\epsilon}_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = \lambda \mathbf{m} \quad (4.15)$$

where  $Q$  denotes the plastic potential and  $\lambda$  is the plastic multiplier. Plastic flow rule specifies the rate of change in the plastic deformation at a controlled stress event. To reduce excessive dilatation in the low confinement region, a non-associated flow rule is introduced. A new plastic potential is defined by re-using the loading function and replacing the set of parameters  $a_f$ ,  $b_f$ , and  $\alpha_f$  by new  $a_q$ ,  $b_q$  and  $\alpha_q$  parameters. The plastic potential function is then given by Eq.4.16:

$$Q(\sigma_m, \rho, r(\theta)) = a_q \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right]^{\alpha_q} + \frac{m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_q} \right] - 1 = 0 \quad (4.16)$$

To identify the parameters of the plastic potential, it is necessary to know the normal vectors to the potential at rupture for few cases of loading. The relationship between volumetric and deviatoric components of the normal potential must be the same to that obtained in compression tests. It is possible to use circular deviatoric sections (with  $e_r = 1$ , and  $r(\theta) = 1$  in Eq.4.9) instead of the elliptical sections of the failure envelope. The computing time needed to integrate the constitutive law is shorter. Moreover, the observed difference in terms of stress and strain is negligible. The equation of the plastic potential in the hardening/softening regimes takes the same form as that of the failure surface:

$$Q(\sigma_m, \rho, r, k, c) = \left\{ (1 - k) \left[ \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{\rho r(\theta)}{b_q f_c} \right]^2 + a^{\frac{1}{\alpha_q}} \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right\}^{\alpha_q} + \frac{k^{\beta_q} m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_q} \right] - k^{\beta_q} c = 0 \quad (4.17)$$

### 4.4 Hardening and softening parameter functions

Hardening and softening of concrete can be simulated by varying the shape and location of the loading surface during plastic flow. The strength parameter  $k$  determines the size of the yield or loading surfaces in the hardening regime before the rupture. This parameter is expressed by quadratic function of the accumulated plastic strain  $\epsilon_p$  and a measure of ductility  $d_h$ . The function used for  $k$  is

given by Eq. 4.18 (Etse et Willam, 1994):

$$k(\epsilon_p, d_h) = k_0 + (1 - k_0) \sqrt{\frac{\epsilon_p}{d_h} \left(2 - \frac{\epsilon_p}{d_h}\right)} \quad (4.18)$$

This function is formulated to reach  $k = 1$  when  $\epsilon_p/d_h = 1$ . The rate of equivalent plastic strain  $\epsilon_p$  is determined by the norm of the plastic strain tensor:

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \parallel \mathbf{m} \parallel \quad (4.19)$$

The measurement of ductility  $d_h$  is used to take into account the influence of confinement on the material's ability to deform permanently. It defined the maximum equivalent plastic strain when the failure envelope is reached. The failure is obtained when the condition  $\frac{\epsilon_p}{d_h} = 1$  is satisfied. Ductility curve is constructed from the equivalent plastic strain at failure obtained during tensile tests, uniaxial compression, and confined compression. Since only the equivalent plastic strain of the uniaxial compression and compression with confinement tests are known, further calculated values must be obtained. The relationship between the ductility and the pressure is shown in Figure 4.6. Two analytic functions are necessary to reproduce the curve of ductility and to separate the tensile and compression strains (D'amours, 2004). The functions used by Etse et Willam (1994) and by Kang et Willam (1999) cannot properly evaluate the plastic strain in tension, because they are generally polynomials of degree two or three. The function proposed for ductility is:

$$d_h = \begin{cases} \frac{1}{a_d + b_d \sigma_m^{c_d}} & \text{for } \sigma_m \geq 0 \\ \exp\left(e_d + \frac{f_d}{|\sigma_m|} + g_d \ln(|\sigma_m|)\right) + h_d & \text{for } \sigma_m < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

The superposition of these two functions provides a curved shape of the relation  $d_h(\sigma_m)$  in the region of the uniaxial tension similar to that in Figure 4.6. For parameters optimization, the R-square values were used to assess the quality of regression. The value of parameters are:  $a_d = -413.2128$ ,  $b_d = 935.1668$ , and  $c_d = 0.1765$ . On the other hand, the values of  $e_d$ ,  $f_d$ ,  $g_d$  and  $h_d$  are  $-26.8414$ ,  $-21.51e - 06$ ,  $1.3410$ , and  $8.71e - 5$ , respectively.

The softening phenomenon is defined as gradual decrease of the mechanical resistance during a continuously increasing deformation. The material undergoes a gradual internal debonding. An exponential softening function is adopted here (Kang, 1997) as follow:

$$c = \frac{1}{\exp(\delta_s w^2)} \quad (4.21)$$

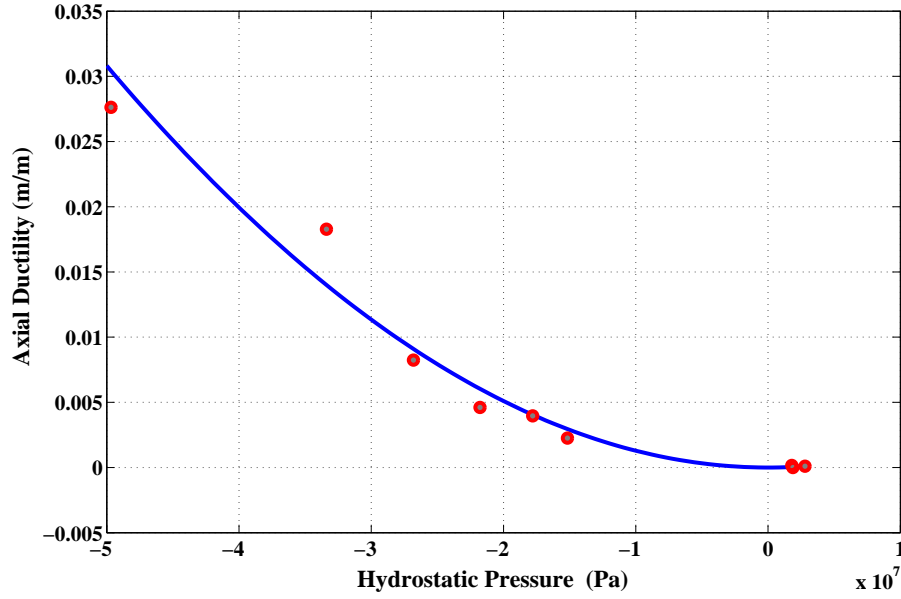


Figure 4.6 Ductility curve versus mean pressure

where  $w$  is the displacement of the crack opening for a direct tensile test, and  $\delta_s$  is a constant controlling the rapidity of the decay. Considering the invariance of softening compared to samples of different heights, it is possible to combine the resistance degradation with the homogenization of crack opening displacement. This displacement is replaced by a plastic fracture strain  $\epsilon_f$  in an elastic-plastic equivalent environment to obtain the following equation (Crouch et Tahar, 2000):

$$\epsilon_f = \frac{w}{l_c} \quad (4.22)$$

where  $\epsilon_f$  refers to the equivalent strain at fracture in tension and  $l_c$  is the characteristic length of the material. The approach used to link the crack opening displacement to strain at the crack rupture is diffuse cracking process. The characteristic length  $l_c$  is a measure of the distance that can exist between two parallel cracks inside the material. It is related to the heterogeneity size within the material or the aggregates size. According to Crouch et Tahar (2000) the characteristic length  $l_c$  can be determined by Eq. 4.23:

$$l_c = 2.7d_a \quad (4.23)$$

where  $d_a$  is the average diameter of the largest aggregate. The incremental fracture strain is defined in terms of the positive components in the Euclidean norm of the plastic strain increment (Crouch et Tahar, 2000):

$$\Delta\epsilon_f = \sqrt{\langle \Delta\epsilon_{p1} \rangle^2 + \langle \Delta\epsilon_{p2} \rangle^2 + \langle \Delta\epsilon_{p3} \rangle^2} = \Delta\lambda \|\langle \mathbf{m} \rangle\| \quad (4.24)$$

where  $\langle \rangle$  are the Macaulay brackets which extract the positive tensile component of the principal plastic increment. The  $\epsilon_f$  increments are nonzero only if open microcracks exist.

The fracture model for Mode I type tensile cracking described above is extended to encompass Mode II/III type shear fracture. Distributed microcracking occurs under increasing confinement as Modes II or III fracturing appears. The general crack model can be interpreted as a multiple tensile crack approach. Mixed mode fracturing introduces the idea of the number of cracks ( $N$ ) which are formed in a specimen under a given state of stress. The resulting amount of fracture energy  $G_f$  which is dissipated in a specimen is therefore  $NG_f$ . The Lode angle  $\theta$  is included in the model to distinguish between the two failure types. Using the expression from Menétrey et Willam (1995), the number of cracks is determined by Eq.4.25:

$$N = \begin{cases} 1 & \text{for } \frac{\sigma_m}{\rho} \geq \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \sqrt{2} \left( \frac{-\sqrt{3}\sigma_m}{\rho} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( 1 - \cos \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) \right) (N_{uc} - 1) + 1 & \text{for } \frac{\sigma_m}{\rho} < \frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases} \quad (4.25)$$

## 4.5 Algorithmic formulation

### 4.5.1 Evaluation of convenient stress for plastic potential

By overlaying the plastic potential on the modified Etse and Willam yield surface, both defined on the Haigh-Westergaard coordinates, it is possible to observe that, for a given strength parameter  $k$ , the two curves do not undergo the same stress states. In order to ensure adequate evaluation of normal vectors, it is necessary that each surface goes through the current stress state. Keeping the loading surface unchanged, the calculation related to the plastic potential need to be modified. D'amours (2004) proposed an original procedure based on identifying a new value of deviatoric component  $\rho$  prior to the evaluation of the gradient of plastic potential to move vertically the stress state to the plastic potential for  $Q = 0$ . This method is valid for both hardening and softening modes. However, it is essential to use circular deviatoric sections and analytical derivatives to isolate  $\rho$ , then modify the calculation of numerical derivatives. To minimize the plastic potential, the new value of  $\rho$  is obtained using the following iterative relationship:

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \frac{Q(\sigma_m, \rho_i, r, k)}{\frac{\partial Q(\sigma_m, \rho_i, r, k)}{\partial \rho}} \quad (4.26)$$

Special attention is focused on the calculations of the derivatives. The terms  $\frac{\partial Q}{\partial \sigma_m}$  and  $\frac{\partial Q}{\partial \rho}$  are evaluated with  $\rho_Q$  while  $\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}$  and  $\frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma}$  are evaluated with the real vector of stress.

#### 4.5.2 Resolution scheme

A backward-Euler (Euler implicit) algorithm as defined by Crisfield (1991) is applied for constitutive integration. The algorithm for each integration point for a given state can be summarized by means of the following steps:

- Calculating the first elastic prediction.
  1. From the stresses at point  $B$  (Figure 5.9), calculate the value of  $F$  and the gradient  $\mathbf{n} = \frac{\partial F(\sigma_m, \rho, r, k)}{\partial \sigma}$ .
  2. In the presence of non-associated flow, identify a particular value of  $\rho$  for  $Q = 0$  and calculate the gradient  $\mathbf{m} = \frac{\partial Q(\sigma_m, \rho, r, k)}{\partial \sigma}$ .
  3. Compute  $\Delta\lambda = \frac{F_B}{\mathbf{n}_B^T \mathbf{H} \mathbf{m}_B + H_{pB}}$  and the stresses at point  $C$ :  $\sigma_C = \sigma_B - \Delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_B$ , where  $\sigma_B$  is the elastic test point,  $\mathbf{H}$  is elasticity tensor, and  $H_g$  is effective plastic modulus ( $g$  is generic variable,  $g = p$  for hardening and  $g = c$  for softening).
  4. Update the equivalent plastic strain  $\epsilon_p(\epsilon_f)$  in hardening (softening) and the strength parameter  $k(c)$  during the hardening(softening).
- Beginning the implicit backward-Euler method.
  5. Calculate  $F$  and  $\mathbf{n}$  at the current point  $C$ .
  6. Minimize the potential for  $Q = 0$  and calculate the gradient  $\mathbf{m}$ .
  7. Calculate the residual  $\mathbf{r}_0 = \sigma_C - \{\sigma_B - \Delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_C\}$ .
  8. Compute the change of the plastic multiplier:

$$\delta\lambda = \frac{F_{C_0} - \mathbf{n}_C^T \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \mathbf{r}_0}{\mathbf{n}_C^T \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{m}_C + H_{pC}}$$

and then change the stresses

$$\delta\sigma = - \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \{\mathbf{r}_0 + \delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_C\}$$

9. Update the stresses at the point  $C$ :  $\sigma_{C_n} = \sigma_{C_0} + \delta\sigma$

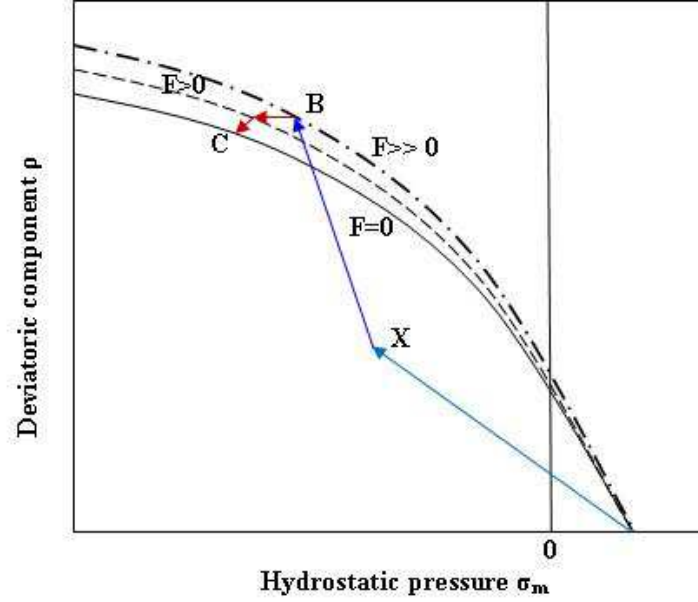


Figure 4.7 Predictor Elastic test point

- Then calculate the changes in plastic multiplier at point  $B$  (Figure 5.9):  $\Delta\lambda_n = \Delta\lambda_0 + \delta\lambda$
10. Update the equivalent plastic strain  $\epsilon_p(\epsilon_f)$  and the strength parameter  $k(c)$  during the hardening(softening).
  11. Repeat the procedure from step 5 until  $\mathbf{r}$  and  $F$  are below a certain tolerance.

#### 4.6 Calibration

The parameter  $\alpha_f$  used to express the function  $\rho(\sigma_m)$  is the first parameter that can be used to identify the failure envelope  $F$ . This parameter is set to 2.5. The second parameter is  $\beta_f$ , in the hardening term, used to define the dependence of the resistance as a power function of the parameter  $k$ . This setting offers the possibility of concrete to hardening in tension, and this loading path is near to the triaxial tensile failure. As a first approximation, the parameter  $\beta_f$  is constant and can be similar or equal to the parameter  $\alpha_f$ . These parameters  $\alpha_f$  and  $\beta_f$  are identified manually by trials and errors till an accurate fitting of the experimental data is achieved. The selected combination should offer the lowest absolute error (Root Mean Square (*RMS*)) between the measured shear stresses and those defined by the criterion at the same pressures. This analysis is repeated for the plastic potential. Due to non-associatedness law, the potential has a slightly different form of the failure envelope. Three parameters ( $a_q$ ,  $b_q$ , and  $\alpha_q$ ) are then identified. For the plastic potential, its normal direction is most important than its magnitude. The potential plastic used for the concrete must have the following



characteristics (Kang, 1997):

1. It should promote a positive change in volume plastic in the region of positive pressure related to the mode of crack opening.
2. It should promote a change in plastic form in the region of negative pressure related to the mode of cracking or splitting in shear compression.

The elastic-plastic model developed by Kang (1997) makes it possible to reach the same specifications about the behavior of concrete. The developed plastic potential expression can now answer the two features mentioned above through the parameter  $\alpha_q$ . By setting values of  $\alpha_q$ , it is possible to get a pronounced curvature of the function  $\rho(\sigma_m)$ . To identify the last two parameters  $a_q$  and  $b_q$ , the inverse approach must be used. It consists in setting manually the values of parameters  $a_q$  and  $b_q$  and then simulate a failure mode to observe the permanent components of volumetric and deviatoric deformations. The model is programmed in the Matlab software and the loading is controlled by stress and by imposing increments in axial direction only. The simulation solves the constitutive model in integration point representing a unit volume. From permanent deformations, the plastic volumetric and deviatoric strains components are calculated and then compared to those measured in the laboratory. Figure 4.8 shows the results for a simple compression test. According to the results obtained during the simulation, the ratio of the deviatoric component and the volumetric component is preserved almost up to the failure. However, during the hardening, the plastic volumetric strain component has greater amplitude. Figure 5.12 shows numerical and experimental correlation obtained through a simple compression test. If the correlation is deemed to be satisfied, the values of  $\alpha_q$ ,  $a_q$  and  $b_q$  parameters are considered acceptable. The values of the optimized parameters of the proposed triaxial concrete model are:  $\alpha_f = 2.5$ ,  $a_f = 3.8602$ ,  $b_f = 6.0$ , and  $\beta_f = 2.5$  (Fig. 4.2). The set of parameters for the plastic potential are:  $\alpha_q = 6.50$ ,  $a_q = 8.10$ ,  $b_q = 12.20$  and  $\beta_q = 6.50$ .

#### 4.7 Numerical experiments for various loading scenarios

The proposed constitutive model was implemented in Matlab. The capability and performance of the present model is validated by comparing the predicted values with experimental data (Hammoud *et al.*, 2013b). Direct, biaxial and triaxial tensions, as well as direct shear scenarios are also applied and the results are illustrated in Fig 4.10 to 4.17. As depicted in Figures 4.10 and 4.11, results of a simulation of a direct tension, the resistance curves in hardening and softening stages are presented. In both cases, the failure criterion is similar to that of Rankine criterion. The model slightly overestimates the calculated resistance for this loading case. The correlation should be improved if the meridian of traction has smaller amplitude. This is done from the value of the ratio of eccentricity. As can be observed in subfigures 4.10(a) and 4.10(b), the failure criterion and the plastic potential go through the same strength parameter  $k$  (or cohesion parameter  $c$ ) as explained in section 4.5.1.

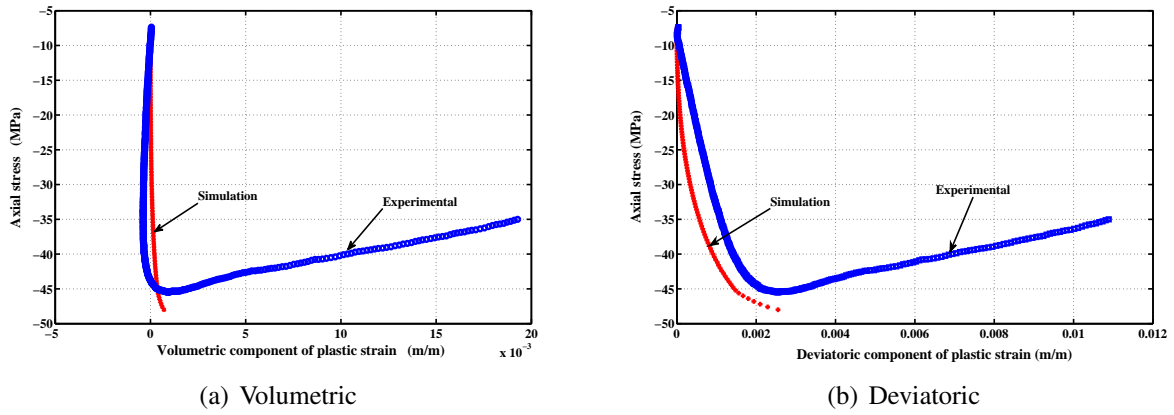


Figure 4.8 Volumetric and deviatoric plastic components correlations for data obtained by simulation and experiment

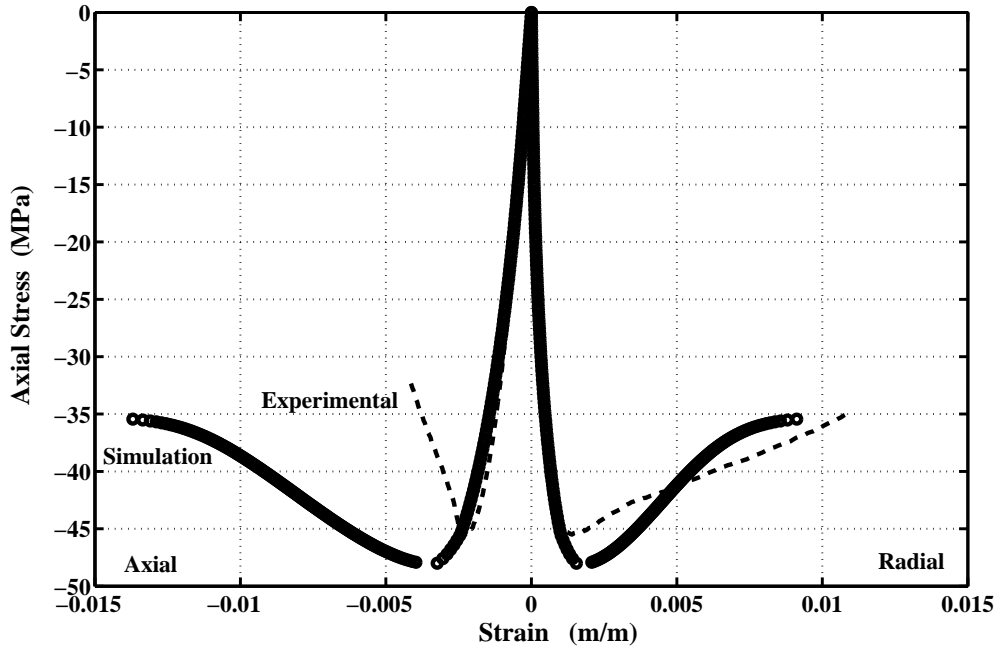


Figure 4.9 Numerical and experimental stress-strain curve in axial compression

Figures 4.12 and 4.13 show the results of a simulation case in softening stage for an equibiaxial tension. It is clear that failure criterion for this loading case is clearly close to that of Rankine. Based on that Rankine criterion, the strength of material is slightly overestimated in this loading case. The failure envelope is slightly dilated in this region.

Figures 4.14 and 4.15 show the stress-strain simulation for the triaxial tension. It is obvious that failure criterion is close to that of Rankine. Based on that Rankine criterion, the model accurately estimates the strength of the material. The model assumes that the material does not present hardening stage. The main crack propagation is failing its residual strength as if the material behaved fragile. The results for a simulation of pure shear are presented in Figures 4.16 and 4.17. There is no experimental curve for concrete that can be used to validate this trend.

The comparisons between numerical and experimental results for concrete under uniaxial compression, in both axial and radial directions, are presented in Figures 4.18 and 5.12. The correlation is very reasonable. The hardening regime is similar to that measured experimentally. At the end of the softening, the model slightly overestimates the axial stress. The surfaces of residual loading of Figure 5.7 are not close enough for this type of loading. The parameters  $a_f$  and  $b_f$  depending of cohesion parameter  $c$  maybe varied to improve the fitting. Furthermore, comparison between numerical and experimental results for concrete under triaxial compression and various confinement levels are presented in Figures 4.19 and 4.20. The correlation is acceptable for both axial and radial directions. The numerical results are very close to the experimental ones.

## 4.8 Conclusions

A triaxial elastoplastic constitutive law for concrete under inelasticity framework was developed and presented in this study. The concrete model captures the entire response spectrum in tension as well as in shear within a unified formulation. The model prediction showed a reasonable agreement with a wide spectrum of experimental response and failure data. Thus, the proposed constitutive theory has considerable potential for finite element analysis of unreinforced and reinforced concrete structures. The generic calibration map was mainly attributed to the intrinsic scatter of the experimental results. Notwithstanding this scatter, the model offers flexibility against specific experimental datasets, which allowed easily recalibrating the model and adapting it to technical requirements.

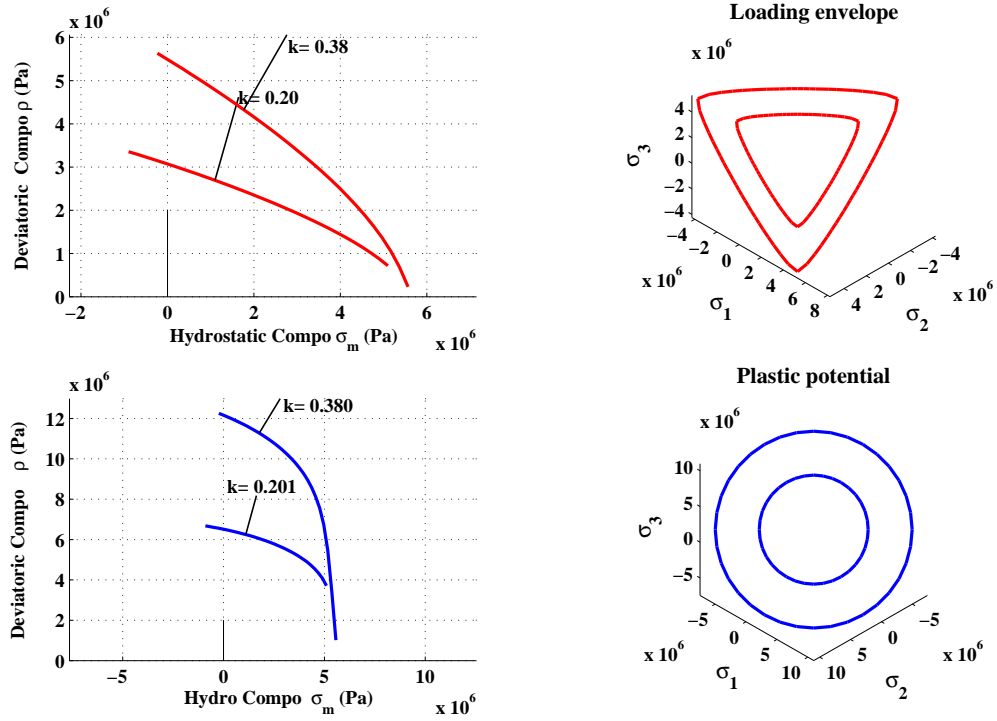
The model was composed by:

1. A five parameters loading surface, which was adapted and calibrated by a simple procedure.

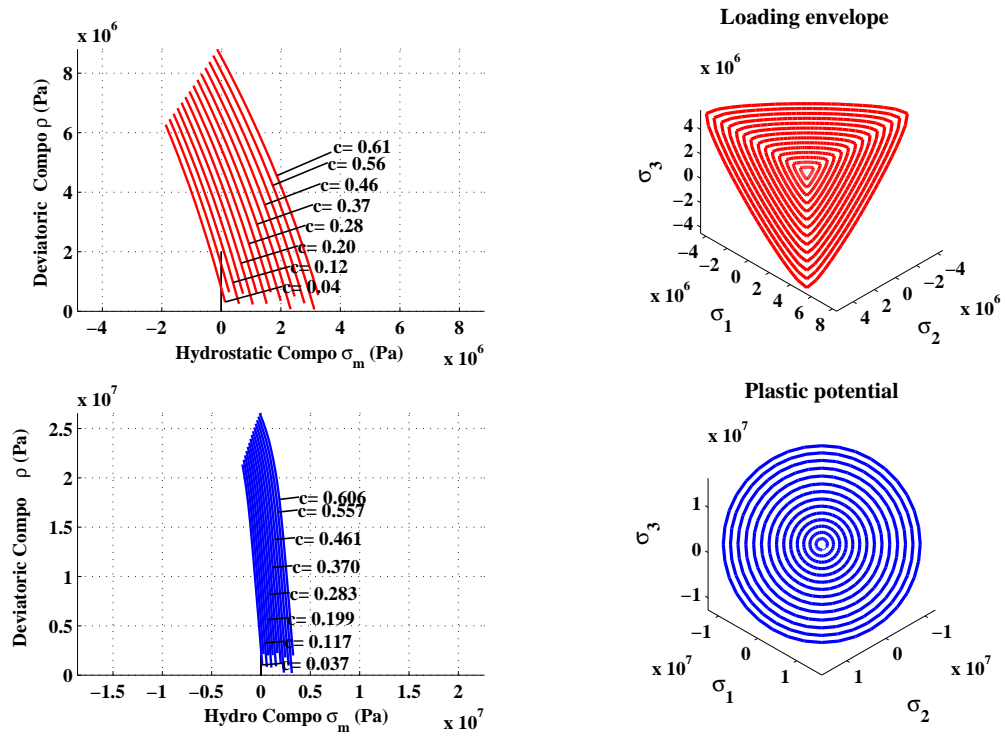
2. Uncoupled hardening and softening functions following the accumulation of plastic strain and ductility evolution.
3. A new ductility function was proposed and fitted experimentally.
4. A new nonlinear plastic potential function was developed and calibrated using database of test results (uniaxial compression).
5. As the failure criterion and plastic potential does not undergo the same stress states, a projection procedure has been adopted and applied to the concrete case. The calculation of normal is accurate and verified through numerical simulations.

### **Acknowledgement**

The first author acknowledges the financial support from the Fond de Recherche du Québec-Nature et Technologies (FRQNT).



(a) Hardening



(b) Softening

Figure 4.10 Numerical uniaxial tension test in hardening and softening stages

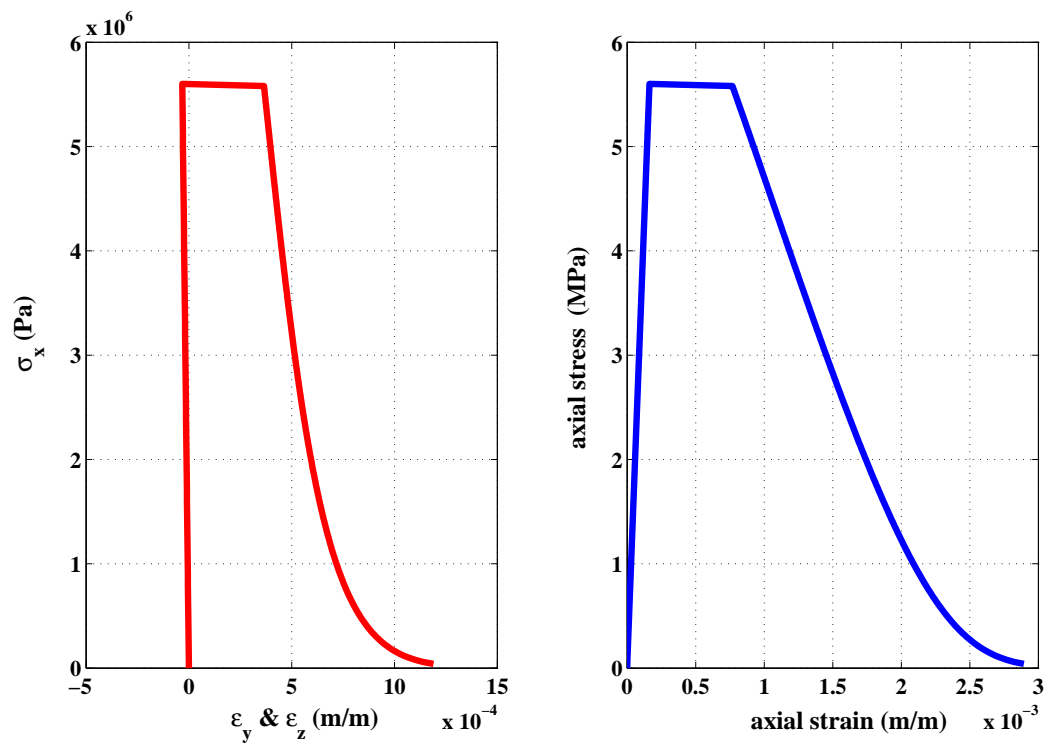


Figure 4.11 Stress-strains (axial and radial) curves from numerical uniaxial tension test

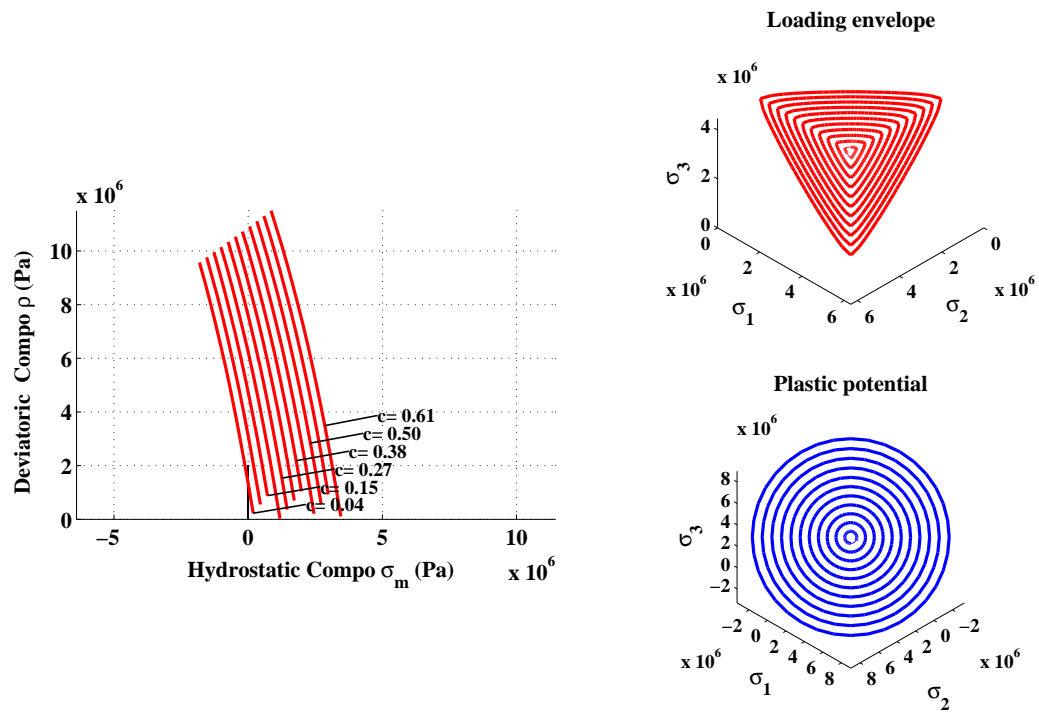


Figure 4.12 Numerical equibiaxial tension test in softening regime

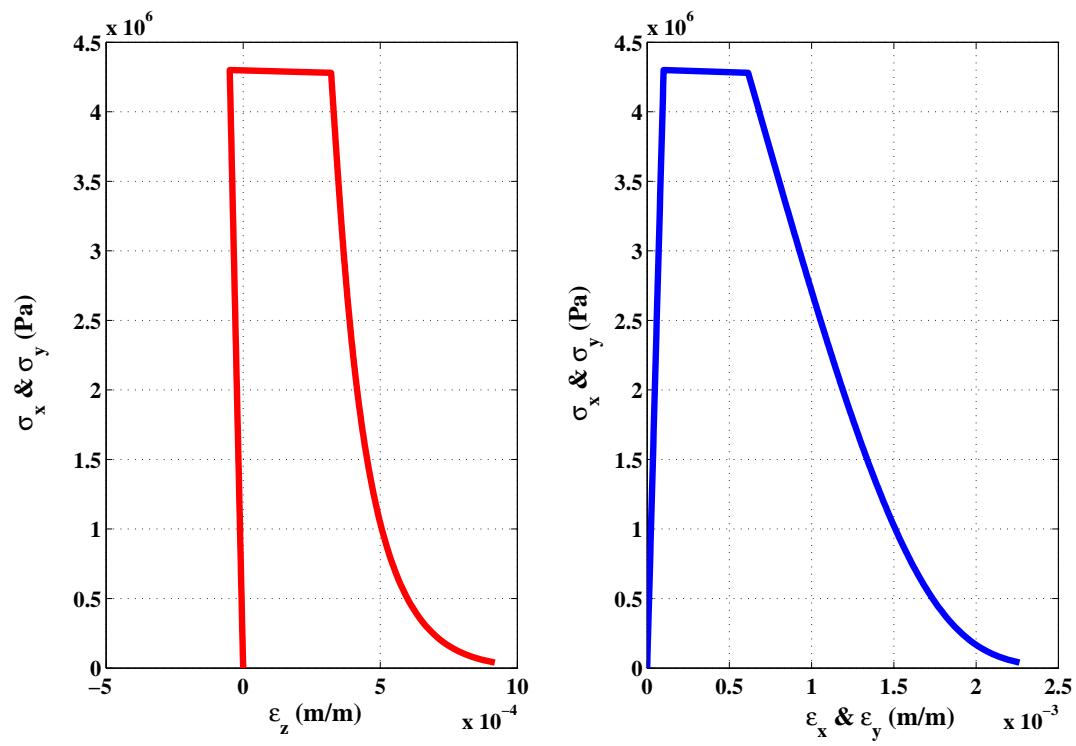


Figure 4.13 Stress-strains (axial and radial) curves from numerical equibiaxial tension test



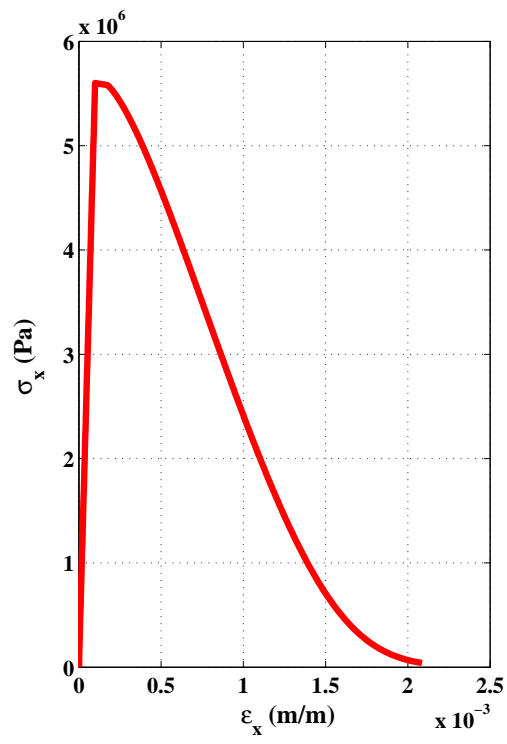


Figure 4.14 Stress-strain curve from numerical triaxial tension test

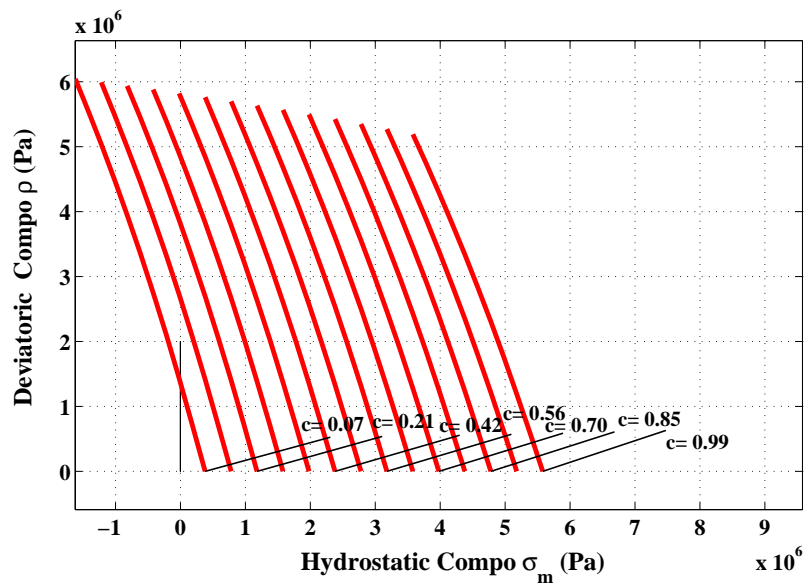
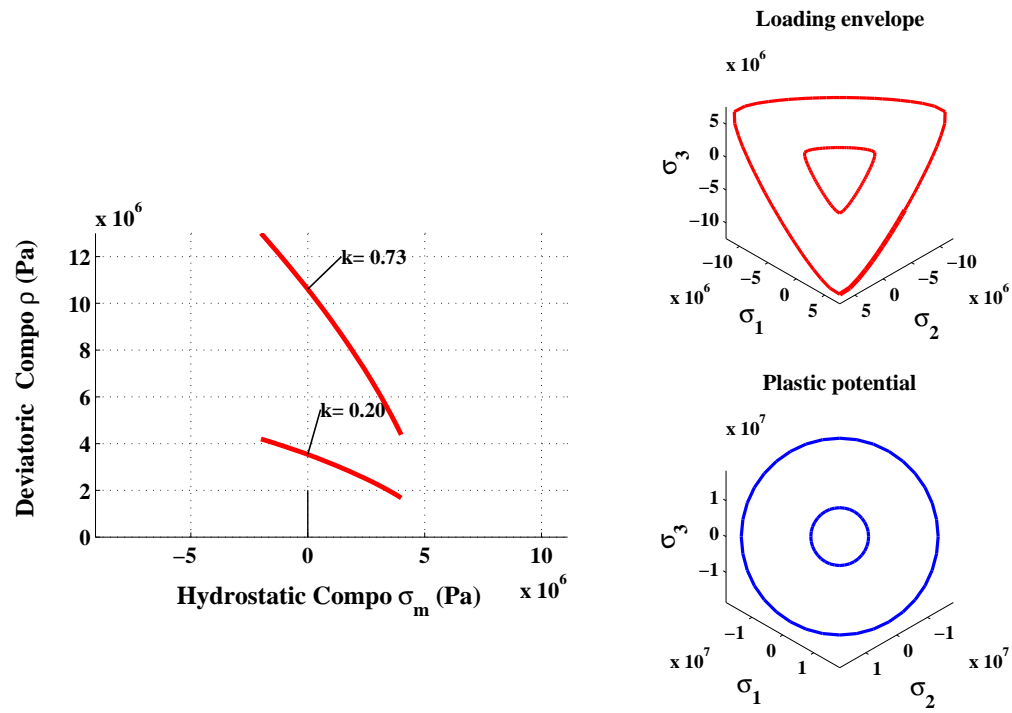
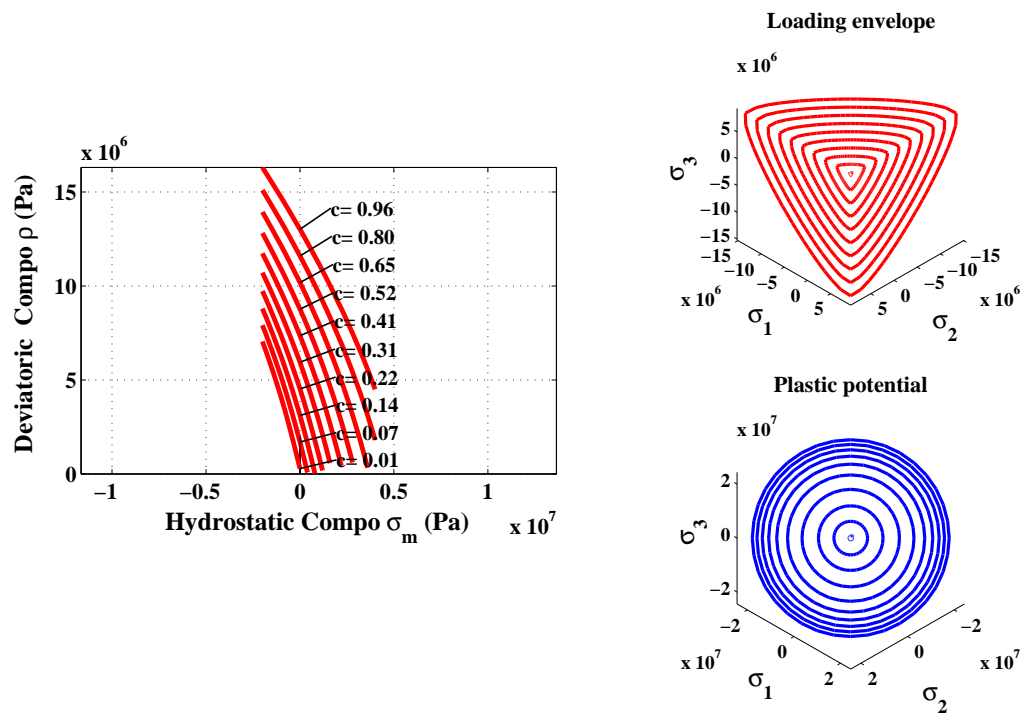


Figure 4.15 Softening stage in numerical triaxial tension test



(a) Hardening



(b) Softening

Figure 4.16 Hardening and softening stages in numerical pure shear test

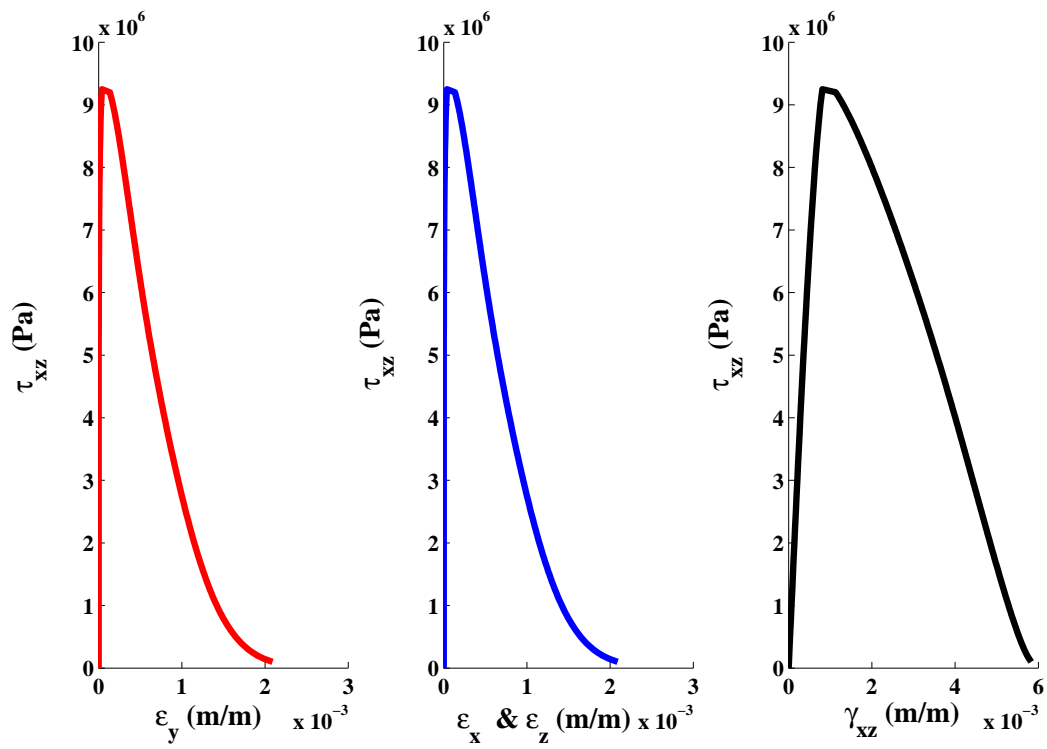


Figure 4.17 Stress-strains curves in numerical pure shear test

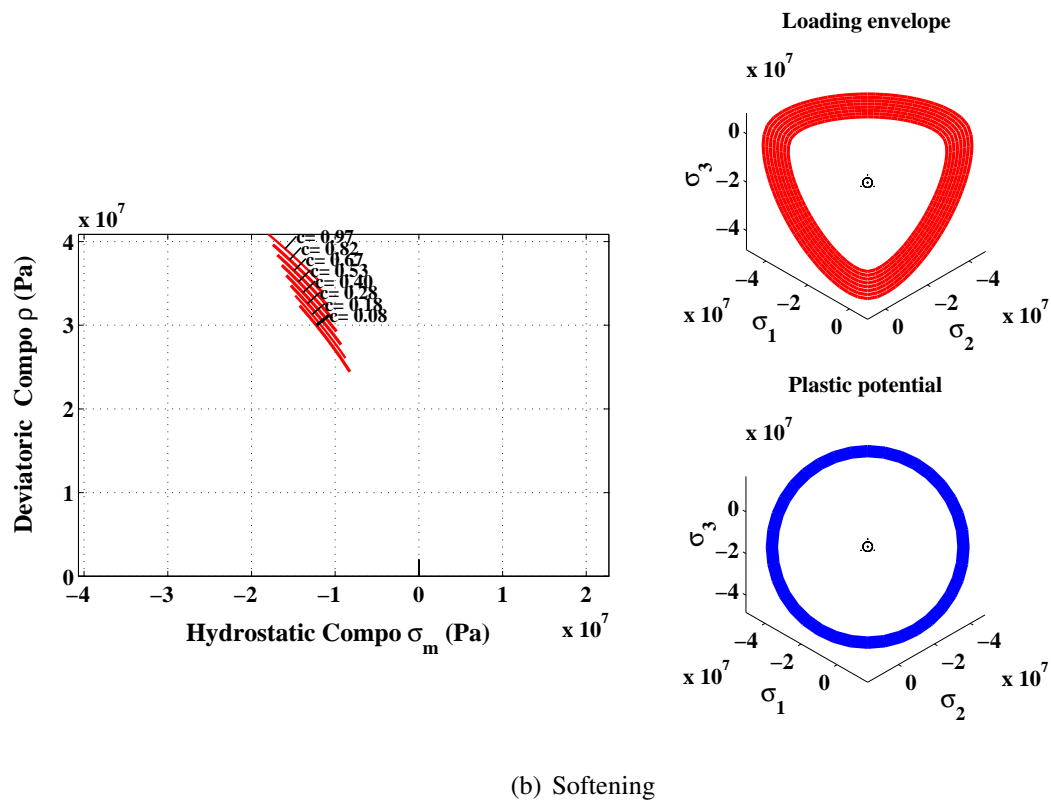
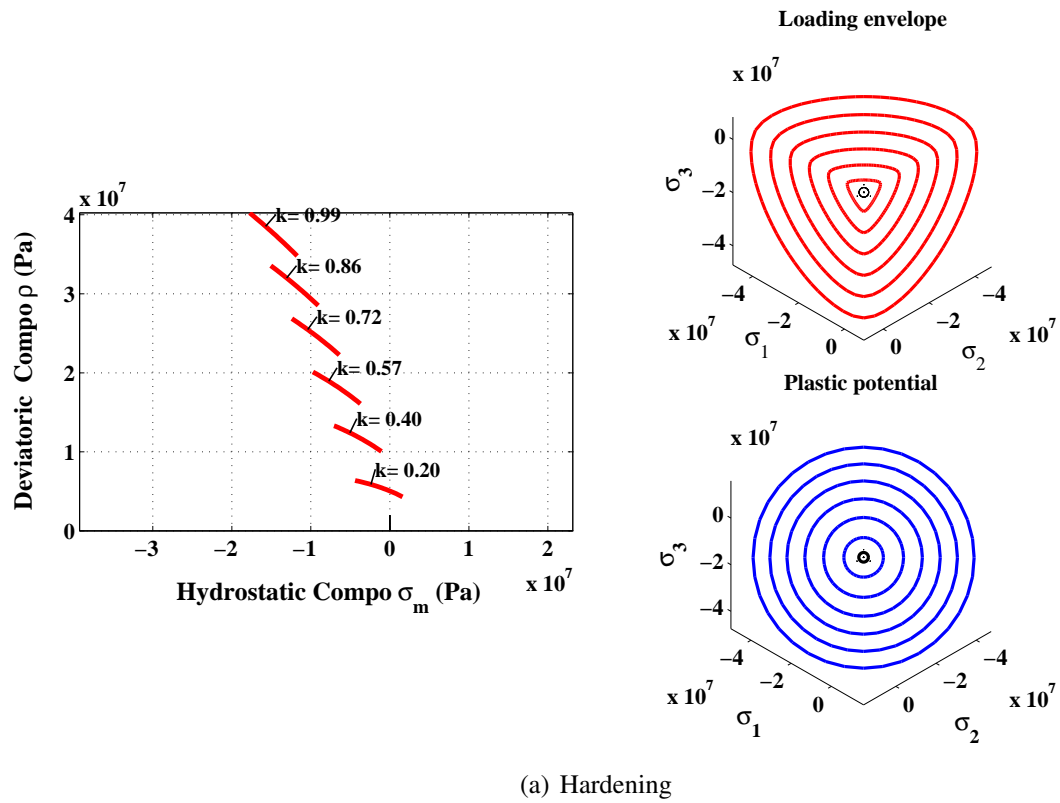


Figure 4.18 Hardening and softening stages in uniaxial compression test

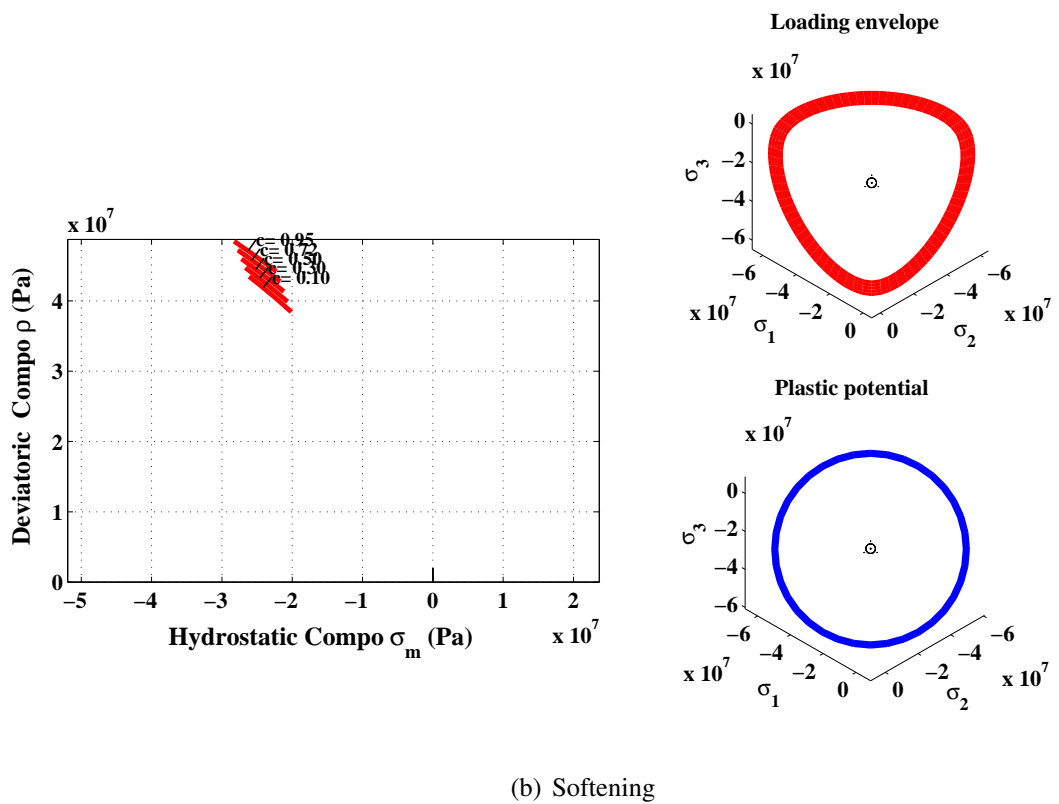
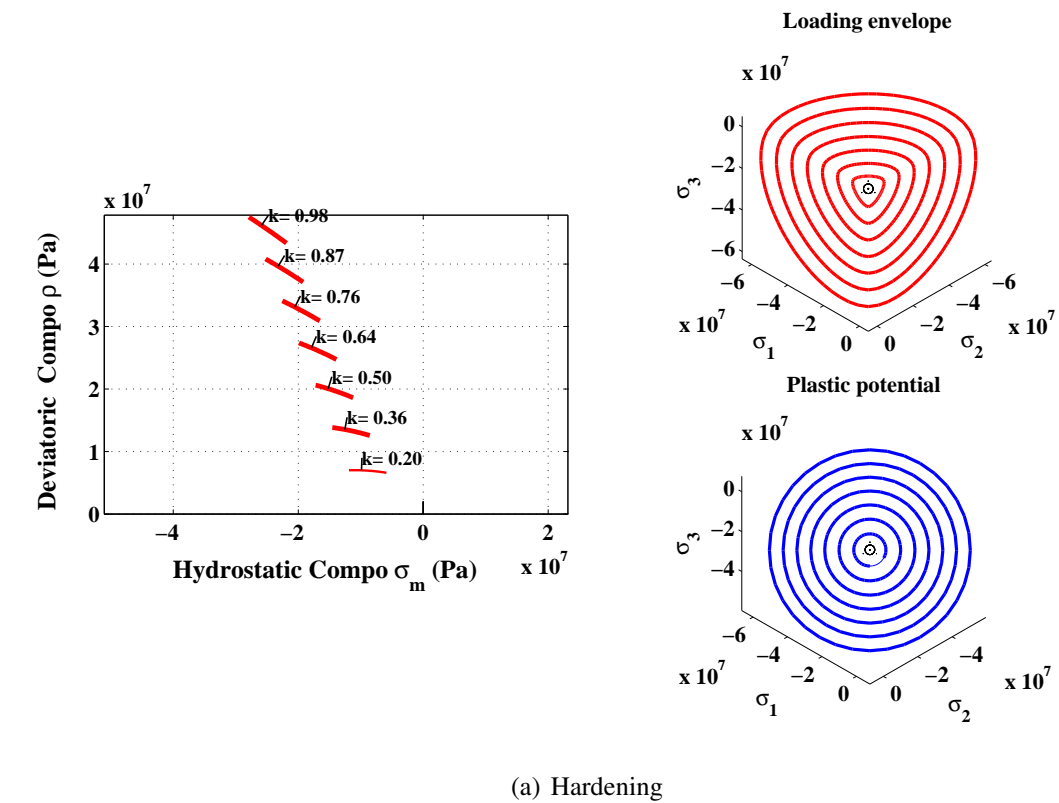


Figure 4.19 Hardening and softening stages in numerical triaxial compression test

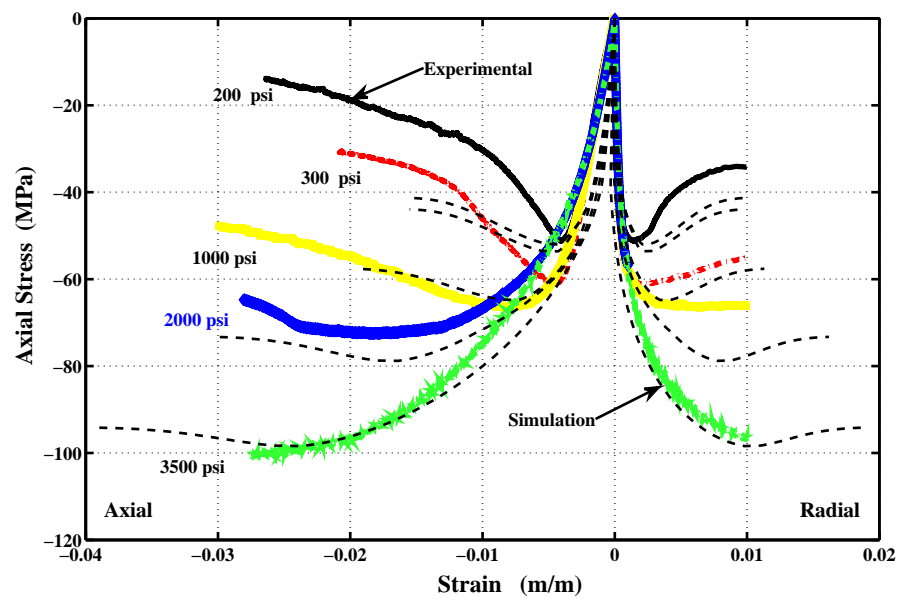


Figure 4.20 Comparison between numerical and experimental results for concrete under triaxial compression at different confinement pressures

## CHAPITRE 5

### ARTICLE 3 : CHEMOPLASTIC CONSTITUTIVE LAW FOR CONCRETE EXPOSED AT HIGH TEMPERATURE

**Rabah Hammoud, Rachid Boukhili, Ammar Yahia**

#### **Abstract**

Contrarily to the traditional methods that employ the conventional models of elastoplasticity and adjusting certain parameters on local temperature, the proposed model incorporate dehydration function as chemoplastic softening. New yield criterion under chemoplastic framework was then proposed and experimentally validated. Furthermore, new ductility function to reproduce the impact of high temperature on concrete ductility under different loading modes was proposed and fitted to a wide range of dehydration processes. The hardening and softening functions were defined in terms of the acting confining pressure. The inelastic dilatancy of concrete is expressed through the non-associative flow rule, hence, new chemoplastic potential was proposed and fitted to ensure better estimate of the load directions. The predictive capabilities of the proposed model were demonstrated. The comparison between predicted and experimental results revealed indeed that the model accurately predicts different stress states of concrete under different temperature treatments.

#### **5.1 Introduction**

Exposure of concrete to elevated temperature adversely affects its mechanical and physical properties (Phan *et al.*, 2011). Indeed, when concrete is exposed to temperatures exceeding 1000°C, heat and mass transfer phenomena take place in the material leading to thermal expansion and development of high gas pressure in the pores. The thermal induced dimensional changes resulting from migration of free water and high steam pressure can cause concrete spalling. When exposed to elevated temperature, Portland cement paste shows physical and chemical changes that contribute to development of shrinkage, transient creep, and changes in mechanical properties and durability. Such degradation may necessitate repair and strengthening to restore the structural integrity and improve safety of damaged structures.

Key properties of hydrated cement paste affecting the behavior of concrete at elevated temperature are its moisture state (i.e. sealed or unsealed), chemical structure (i.e. loss of chemically bound water from the *CSH* in the unsealed conditions, *CaO/SiO<sub>2</sub>* ratio of the hydrate in the sealed conditions,



amount of portlandite  $Ca(OH)_2$  in sealed or unsealed conditions), and physical structure (i.e. total pore volume including cracks, and average pore size). The quantitative interpretation of available data is difficult because the testing conditions. Indeed, specimens are tested in either hot or cold conditions, moisture migration was either free or restricted, concrete samples were loaded and unloaded while heated, mix proportions varied from mixture to another, specimens size and shape were not consistent, and specimens were tested at different degrees of hydration. In order to provide a consistent evaluation of available data, several factors should be taken into account, especially concrete strength, tested specimen size, temperature gradient, rate of heating or cooling, and duration of temperature exposure.

Classical way of taking into account dependence of mechanical behavior of concrete on temperature is to use conventional models of elastoplasticity and to vary certain parameters. The mechanical resistance of concrete is most impacted by introducing temperature dependence in the models. Several models are proposed to study the material under fire. Ahmad et Hamoush (1988) suggested a nonlinear elastic model for simulating the compression behavior of concrete at high temperatures and under isothermal conditions. This model does not reproduce however the increased sensitivity to the confinement of multiaxial compressive strength of concrete. Khennane et Baker (1992) have also focused specifically on the behavior of concrete under biaxial compression loading and proposed a thermo-plastic model limited to the case of compression plane stress. Nechnech *et al.* (2002) and Luccioni *et al.* (2002) have developed a coupled elastoplastic-damage model for structures subject to thermal stress. They hypothesized that plasticity effects are decoupled from other phenomena. Modeling of material was performed under assumptions of thermodynamics of irreversible processes. Nechnech *et al.* (2002) adopted multi-surface criterion to represent more adequately material response under different triaxial loadings. Multi-surface criterion is seen as a superposition of mechanisms where each mechanism is managed by its own loading surface (Yang *et al.*, 1985). The brittle behavior can be managed by Rankine criterion and the ductile phase (compression) by Drucker-Prager criterion and taking into account the hydrostatic pressure (Nechnech *et al.*, 2002). The effect of temperature on the behavior of concrete is taken into account by introducing parameters that are functions of temperature. Hence, the mechanical properties (Young modulus, tensile and uniaxial strength responses), compression, energy of cracking  $G_f$ , and other parameters defining the model are made temperature dependent (Nechnech *et al.*, 2002; Luccioni *et al.*, 2002).

To develop a reliable formulation of concrete, it is essential to understand its behavior during and after exposure to elevated temperature. It is also necessary to properly assess the effects of thermal degradation in order to develop predictive tools and validate design codes. Many structural problems can be adequately simulated by an elastoplastic model. As part of fire analysis conducted on the

Channel Tunnel, Ulm *et al.* (1999a) proposed a different formulation approach by considering the behavior of plain concrete subjected to high temperatures as the reverse of the hydration process of the concrete. This was treated as a coupled thermo-chemo-mechanical problem (Ulm et Coussy, 1995, 1996). Development of the resistance and stiffness with the degree of hydration is treated as a chemo-plastic hardening; hence dehydration becomes a chemo-plastic softening. This model was developed by adopting thermodynamics of closed reactive porous media as proposed initially by Coussy (1995). In tunnel fire analysis, the concrete becomes dehydrated with increasing temperature and various changes, such reversible thermal expansion, irreversible shrinkage and irreversible changes in stiffness and strength can take place. A thermal dehydration function is therefore necessary to express the variation of degree of dehydration with temperature. Dehydration is directly proportional to the decrease of Young's modulus (thermal damage). As pointed by Ulm et Coussy (1996) and Ulm *et al.* (1999a), it is necessary to link the degree of evolution of the binding phase with an observable characteristic, for example the uniaxial compressive strength or Young's modulus. Subsequently, mechanical properties and model coefficients to be identified in the laboratory will depend on the degree of dehydration. Unfortunately, the creep deformation of the thermal expansion under stress wasn't included in their model. They rather used failure criterion of Drucker-Prager (function of the degree of dehydration with an isotropic hardening).

Based on the theory of porous media developed by Ulm et Coussy (1996), Cervera *et al.* (1999) presented a coupled thermo-chemo-mechanical model that take into account the effect of aging on the evolution of mechanical properties of concrete. Hellmich *et al.* (1999) treated the coupling of thermo-chemo-mechanical behavior of shotcrete using two failure surfaces: Drucker-Prager and a cut in traction surfaces. The plastic volumetric expansion serves as hardening variable. In general, thermal decohesion can be seen as chemoplastic softening in which the physical dehydration under isothermal conditions is responsible for the decrease in strength of material. Ulm *et al.* (1999a) related effects of dehydration process to chemical decohesion affecting material behavior at macroscopic level. This has spawned a new range of chemo-plastic models (Ulm *et al.*, 1999a,b). Ulm *et al.* (1999a) used Drucker-Prager criterion function of the degree of dehydration with an isotropic hardening. The inconvenient of Drucker-Prager criterion consists however in its inability to cross the threshold of plasticity under hydrostatic loading.

A new approach based on the chemo-plasticity considering dehydration as chemo-plastic softening of concrete while exposed to high temperature is proposed and validated in this paper. The proposed model is different from those based on thermo-plasticity of concrete at high temperatures using criteria that depend on temperature (Nechnech *et al.*, 2002; Khennane et Baker, 1992; Luccioni *et al.*, 2002; Stabler et Baker, 2000; Baker et De Borst, 2005; Tenchev et Purnell, 2005; Baggio

*et al.*, 1995). The use of hardening force as a parameter means that the isothermal dehydration is in part responsible of the macroscopic decrease in strength. Furthermore, the origin of decohesion is considered chemical and not thermal. This can be explained as follows: at microscopic level, dehydration process can be attributed to micro-diffusion of chemically bonded water molecules from the micro-pores to the capillary pores. The loss of bonded water, chemical decomposition, and dissociation of hydrated products destroy the cohesive forces in the micro-pores and weaken the structure. At macroscopic scale, these phenomena lead therefore to a chemical decohesion affecting the mechanical resistance and its evolution. It was found that the compressive strength decreases linearly with the degree of dehydration. This suggests that the dependence relationship  $f_c = f_c(\xi)$  is an intrinsic material function and has a mechanical sense, unlike the phenomenological relation  $f_c = f_c(T)$ .

## 5.2 Dehydration degree as chemoelastic degradation index

Using the linear chemo-mechanical coupling theory (Ulm *et al.*, 1999a; Ulm et Coussy, 1996), the degree of dehydration is defined as follow:

$$\xi = \frac{f_c(T)}{f_c} \quad (5.1)$$

where  $f_c(T)$  is the uniaxial compressive strength at temperature  $T$ , while  $f_c$  is the the uniaxial compressive strength at ambient temperature. As can be observed in Figure 5.1, the variation is linear. On the other hand, Figure 5.2 shows the evolution of the degree of dehydration as function of temperature. The degree of dehydration is given by thermoactivated kinetics, which is typically a nonlinear ordinary differential equation (*ODE*) with time, and is significantly decreased after exposure to high temperatures. Indeed, the dehydration process pass by two different stages: before and after 300°C. Indeed, the degree of dehydration sharply decreased until a temperature of 300°C. After this temperature, a slightly reduction is observed. For example, the increase in temperature to 300°C, the degree of dehydration decreased from 100 to 64%.

In general, exposure to high temperatures lead to an irreversible loss of elastic stiffness (thermal damage) and of strength due to thermal decohesion of concrete. These phenomena are generally described by an apparent temperature dependence of the material properties. Thermal damage is hence expressed as temperature dependent function of the elastic modulus  $E = E(T)$ , while thermal decohesion is expressed as variation of compressive strength  $f_c = f_c(T)$ . At microscopic level, the thermal damage cannot be, however, expressed by a temperature dependency function of mechanical properties of concrete. Indeed, the mechanical properties are related to the constituents concentration and structure of cement paste that change with the dehydration process. On a macroscopic level, this

can be translated by a dependency relationship between the elastic properties and the hydrates mass.

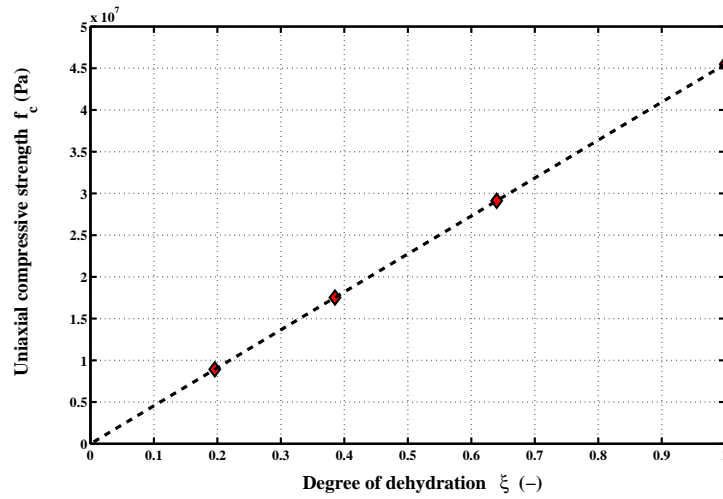


Figure 5.1 Degree of dehydration of concrete after exposure at elevated temperatures (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

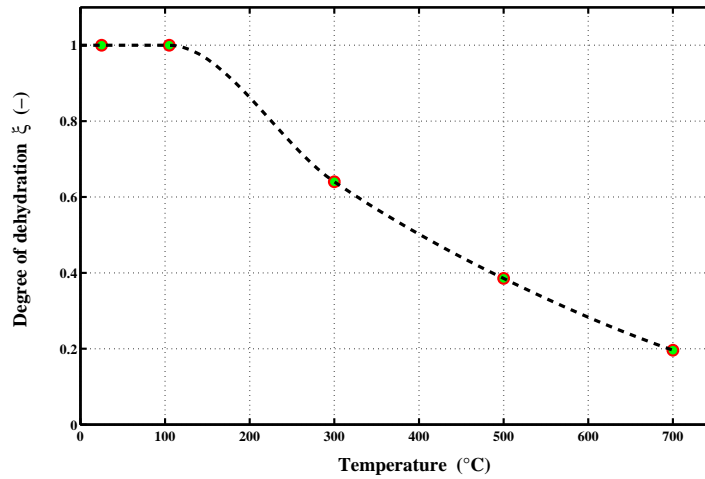


Figure 5.2 Evolution of the degree of dehydration with temperature (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

### 5.3 Formulation of the constitutive model

#### 5.3.1 Loading surface

The Drucker-Prager criterion is most commonly used in finite element. The disadvantage of this criterion is its inability to cross the threshold of plasticity under hydrostatic loading (Nechnech, 2000). To remediate this situation, cap models propose to close the criterion in triaxial compression. Another solution is to adopt an analytically closed compression surface avoiding management over connection (Sercombe, 1997). The latest generations of cap models were based on the theory of classical incremental plasticity with the possibility of changes in thermal conditions. The cap model consists of three distinct surfaces: a fixed Drucker-Prager surface to consider the frictional effect, an elliptical course for the strain hardening in compression, and a cut-off plane in tension. Location of elliptical cap in compression depends on the total volumetric plastic deformation. The criterion in intersection points of these three surfaces are not smooth and have singularities, hence resulting some numerical problems (Chen *et al.*, 2003; Simo *et al.*, 1988; Hofstetter *et al.*, 1993; Dolarevic et Ibrahimbegovic, 2007).

For the present study, the triaxial constitutive formulation of concrete at high temperature is based on the extended Leon model (*ELM*). This model features a non-associated flow theory of plasticity with isotropic hardening and isotropic softening in the pre- and post-peak regime, respectively. The encompassing loading surface proposed by Etse et Willam (1994) can be used to describe the triaxial behavior of the material in a wide range of loading histories as follows:

$$F(\sigma_m, \rho, r(\theta)) = \frac{3}{2} \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c} \right]^2 + \frac{m_f}{f_c} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{\sqrt{6}} \right] - 1 = 0 \quad (5.2)$$

where  $\sigma_m$ ,  $\rho$  and  $\theta$  denote the coordinates of the Haigh-Westergaard stress space,  $f_c$  the uniaxial compressive strength, and the function  $r = r(\theta)$  describes the variation of the deviatoric strength  $\rho = \rho(\theta)$  as a function of the Lode angle in analogy to the elliptic approximation of the five parameter model of Willam et Warnke (1975). While the parameter  $m_f$  is defined as follow:  $m_f = f_c/f_t$ ,  $f_t$  is assumed equal to the uniaxial tensile value as supposed by Rankine criterion. The failure surfaces showing the meridional sections,  $\theta = 0$  for tensile and  $\theta = \pi/3$  for compressive meridian, at different degree of dehydration are plotted in Fig.5.3. As can be observed, regardless of the degree of dehydration, the depicted surfaces are smooth and a  $C^1$ -continuous curvilinear trace. From the triaxial envelope, two-dimensional failure curves can be determined [Fig. 5.4]. Figure 5.5 showed evolution of the shear strength of meridian of compression as a function of hydrostatic pressure and degree of dehydration.

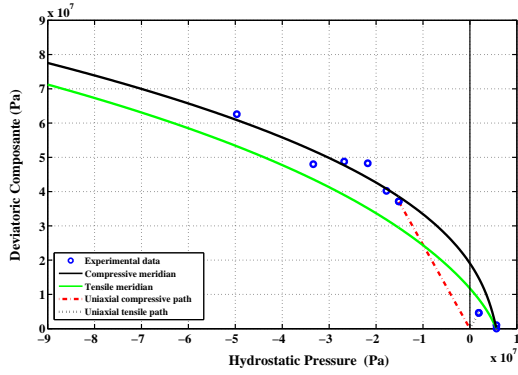
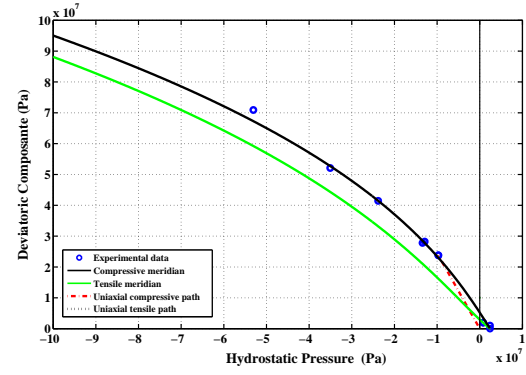
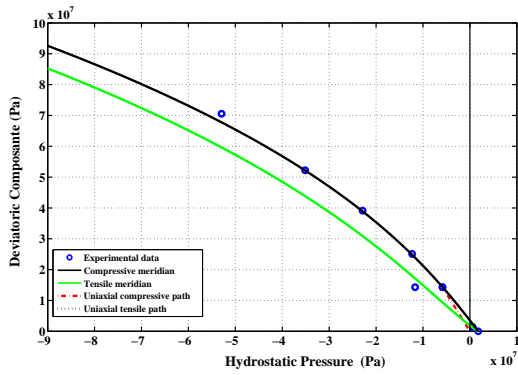
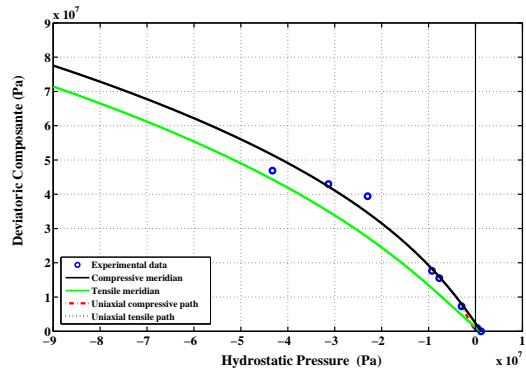
(a)  $\xi = 1$  (25°C)(b)  $\xi = 0.64$  (300°C)(c)  $\xi = 0.39$  (500°C)(d)  $\xi = 0.20$  (700°C)

Figure 5.3 Meridional sections of triaxial failure at different degrees of dehydration (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

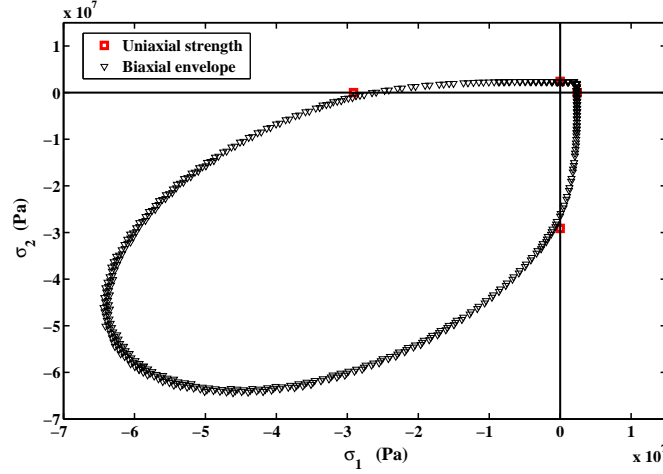


Figure 5.4 Failure envelope in biaxial coordinates at  $\xi = 0.64$  (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

As the concrete strength varies with temperature and chemical degradation occurs, appropriate failure envelope can reproduce these changes by expressing the parameters of the model as a function of degree of dehydration  $\xi$ . The failure criterion becomes then:

$$F(\sigma_m, \rho, r(\theta), \xi) = a_f(\xi) \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c(\xi)} \right]^{\alpha_f(\xi)} + \frac{m_f(\xi)}{f_c(\xi)} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f(\xi)} \right] - 1 = 0 \quad (5.3)$$

### 5.3.2 Isotropic loading surfaces in pre- and post-peak

#### Isotropic hardening

Two assumptions were made: (1) The concrete is isotropic and remains isotropic during the entire deformation process; and (2) the elastic-plastic coupling is neglected. During the hardening stage, the failure surfaces are generated individually by specific values of normalized strength parameter  $k$ , where  $0 \leq k \leq 1$ . At the same time, the cohesion parameter  $c$  related to the softening regime remains constant. At the beginning of loading, the elastic regime is limited by a surface loading with initial  $k = k_0$ . The function of the failure envelope as defined in Eq.5.3 is then modified as follow:

$$F(\sigma_m, \rho, r, k, c, \xi) = \left\{ (1 - k) \left[ \frac{\sigma_m}{f_c(\xi)} + \frac{\rho r(\theta)}{b_f(\xi) f_c(\xi)} \right]^2 + a(\xi)^{\frac{1}{\alpha_f(\xi)}} \frac{\rho r(\theta)}{f_c(\xi)} \right\}^{\alpha_f(\xi)} + \frac{k^{\beta_f(\xi)} m_f(\xi)}{f_c(\xi)} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f(\xi)} \right] - k^{\beta_f(\xi)} c = 0 \quad (5.4)$$

The equation 5.4 defines the surface loading and is highly important component of the chemoplastic model. The originality of the proposed triaxial failure function consists in reproducing the hardening

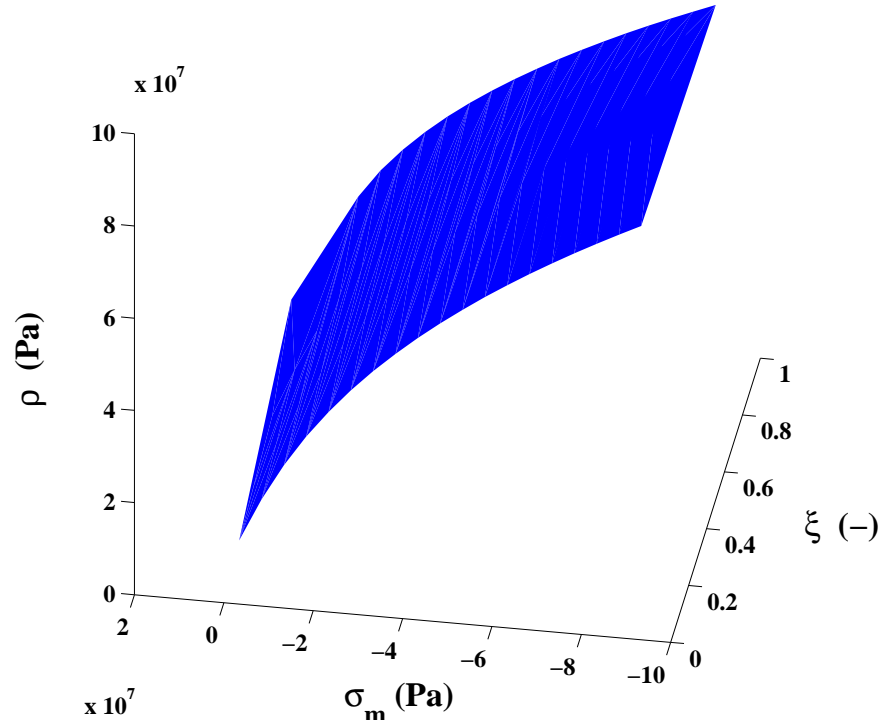


Figure 5.5 Compressive meridian according to hydrostatic pressure and degree of dehydration (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

of the material both in tension and compression on a wide range of dehydration processes. Regardless of the temperature level, this equation was successfully applied at ambient temperature by Hammoud *et al.* (2013a). The shape of the surface of loading is shown in Figure 5.6. The surface is then closed to define a certain elastic region and became more open with the increase in confinement level. It is assumed that the material begins to hardening at 20% of its ultimate strength. Through the uniaxial compression path, the hardening is linear because the distance between two successive surfaces remains the same. In uniaxial tension, the hardening is not linear because the surface at  $k = 0.8$  and  $k = 1$  are superimposed.

### Isotropic softening

In order to obtain a continuous model taking into account the degradation of strength in a rational manner, the chemoplastic softening model is based on the concept of fracture energy to assess the



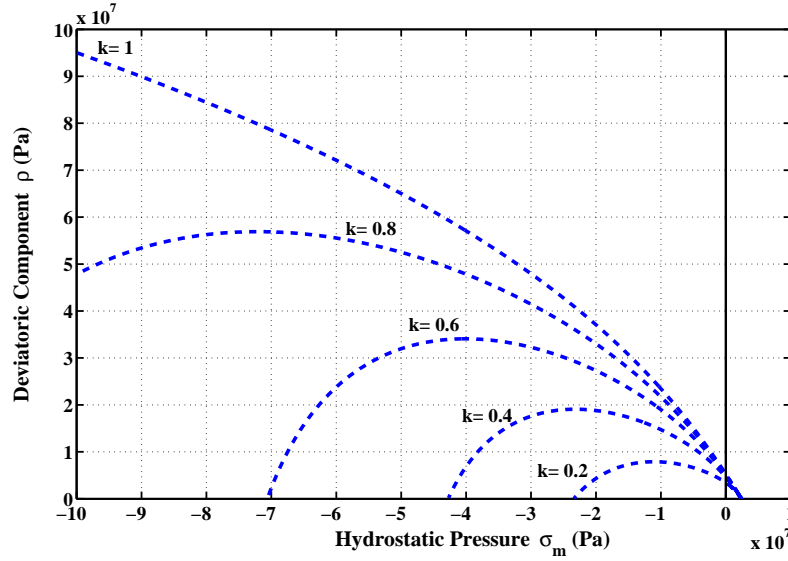


Figure 5.6 Triaxial failure envelope in hardening mode at  $\xi = 0.64$

strength degradation in both tension and compression. The formulation is based on the fracture energy and expressed in terms of crack opening mode I, extended to the splitting in shear and compression (mode II), and distributed microcracking in shear (mode II and mode III). The failure mode depends greatly on the level of confinement level, where the softening is most pronounced in direct tension. In the compression scheme at weak confinement, the transition point separates the brittle and ductile regimes with little or no degradation of mechanical strength. Strain softening causes the dissipation of plastic energy that is transformed into fracture energy when major crack develop. The loading function (equation 5.4) is modified to describe the degradation of the tensile and shear strength in the form of isotropic decohesion. For cohesion parameter  $c$  close to zero, the values of tensile strength also tend to zero. At this stage, the remaining resistance may be due to friction between aggregates and cement matrix. The surface failure at the softening stage varies depending on the setting of decohesion and is expressed by (see also Figure 5.7):

$$F_s(\sigma_m, \rho, r(\theta), c, \xi) = a_f(\xi) \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c(\xi)} \right]^{a_f(\xi)} + \frac{m_f(\xi)}{f_c(\xi)} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_f(\xi)} \right] - c = 0 \quad (5.5)$$

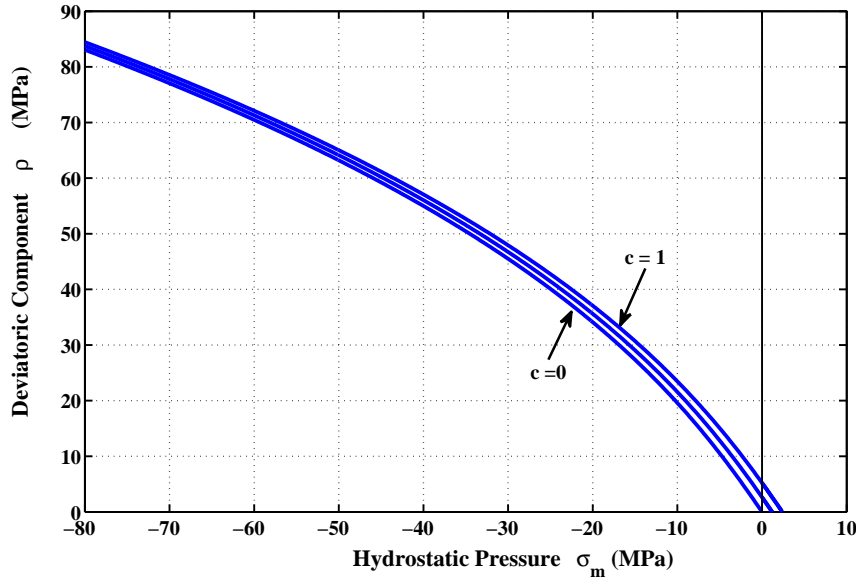


Figure 5.7 Triaxial failure envelope in softening mode at  $\xi = 0.64$

#### 5.4 Chemoplastic potential function

Based on the strain decomposition into elastic  $\epsilon_e$  and plastic  $\epsilon_p$  components (De Borst, 1986), the total strain can be written in the rate form as follow:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (5.6)$$

The elastic response of the material is defined by the generalized Hooke's law by means of the elasticity tensor  $\mathbf{H}$  and plastic response is governed by the flow rule:

$$\dot{\epsilon}_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = \lambda m \quad (5.7)$$

where  $Q$  denotes the chemoplastic potential and  $\lambda$  is the plastic multiplier. To reduce excessive dilatation in the low confinement region, a non-associated flow rule is introduced. A new chemoplastic potential is defined by re-using the loading function and replacing the set of parameters  $a_f$ ,  $b_f$ , and  $\alpha_f$  by new  $a_q$ ,  $b_q$  and  $\alpha_q$  parameters. The chemoplastic potential function is given by the following formula:

$$Q(\sigma_m, \rho, r(\theta), \xi) = a_q(\xi) \left[ \frac{\rho r(\theta)}{f_c(\xi)} \right]^{\alpha_q(\xi)} + \frac{m_f(\xi)}{f_c(\xi)} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_q(\xi)} \right] - 1 = 0 \quad (5.8)$$

To identify the parameters of the chemoplastic potential, it is necessary to know the normal vectors to the potential at rupture state for some cases of loading. The relationship between volumetric and deviatoric components of the normal potential must be the same to the potential obtained in compression tests, regardless of the degree of dehydration.

Furthermore, for the chemoplastic potential, it is possible to use circular deviatoric sections (with  $e_r = 1$ , and  $r(\theta) = 1$ ) instead of the elliptical sections of the failure envelope (Hammoud *et al.*, 2013a). The computing time needed to integrate the constitutive law is shorter and the observed difference, in terms of stress and strain, is negligible. The equation of the chemoplastic potential in the hardening/softening regimes takes the same form as that of the failure surface:

$$Q(\sigma_m, \rho, r, k, c, \xi) = \left\{ (1 - k) \left[ \frac{\sigma_m}{f_c(\xi)} + \frac{\rho r(\theta)}{b_q(\xi) f_c(\xi)} \right]^2 + a(\xi)^{\frac{1}{\alpha_q(\xi)}} \frac{\rho r(\theta)}{f_c(\xi)} \right\}^{\alpha_q(\xi)} + \frac{k^{\beta_q(\xi)} m_f(\xi)}{f_c(\xi)} \left[ \sigma_m + \frac{\rho r(\theta)}{b_q(\xi)} \right] - k^{\beta_q(\xi)} c = 0 \quad (5.9)$$

## 5.5 Hardening and softening parameters functions

Hardening and softening of concrete can be simulated by varying the shape and location of the loading surface during plastic flow. The strength parameter  $k$  determines the size of the yield or loading surfaces in the hardening regime before the rupture. This parameter is expressed by quadratic function of the accumulated plastic strain  $\epsilon_p$  and a measure of ductility  $d_h$ . The ductility is also function of degree of dehydration. The function used for the parameter  $k$  is defined as follow:

$$k(\epsilon_p, d_h, \xi) = k_0 + (1 - k_0) \sqrt{\frac{\epsilon_p}{d_h(\xi)} \left( 2 - \frac{\epsilon_p}{d_h(\xi)} \right)} \quad (5.10)$$

This function is formulated to reach  $k = 1$  when  $\epsilon_p/d_h = 1$ . The rate of equivalent plastic strain  $\epsilon_p$  is determined by the norm of the plastic strain tensor as herein:

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \| \mathbf{m} \| \quad (5.11)$$

The ductility term  $d_h$  is used to consider the influence of confinement on the ability of the material to deform permanently. It defines the maximum equivalent plastic strain when the failure envelope is reached. The failure is obtained when the condition  $\frac{\epsilon_p}{d_h} = 1$  is satisfied. Ductility curve is constructed from the equivalent plastic strain at failure obtained during tensile tests, uniaxial compression, and compression with confinement. Since only the equivalent plastic strain of the uniaxial compression and compression with confinement tests are known, further calculated values must be obtained.

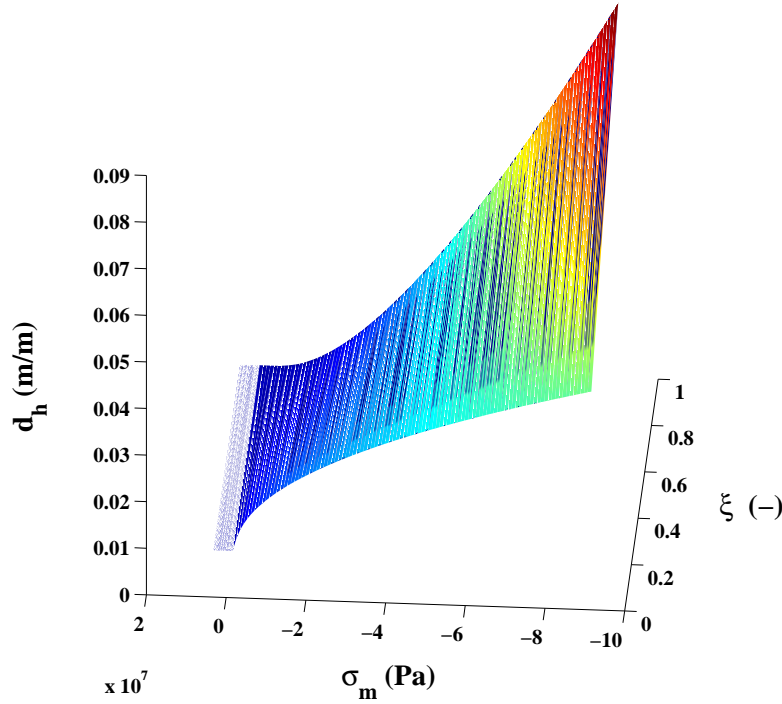


Figure 5.8 3D ductility curve versus mean pressure (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

The relationship between ductility and pressure is shown in 5.8. The material slightly deforms in traction hence it has brittle behavior. Two analytical functions are necessary to reproduce the curve of ductility in order to separate the tensile strains from those obtained in compression (Hammoud *et al.*, 2013a). The functions used by Etse et Willam (1994) and by Kang et Willam (1999) cannot properly evaluate the plastic strain in tension, because they are generally polynomials of degree two or three. The function proposed for ductility is defined as follow:

$$d_h(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{a_d(\xi) + b_d(\xi)\sigma_m^{c_d(\xi)}} & \text{for } \sigma_m \geq 0 \\ \exp\left(e_d(\xi) + \frac{f_d(\xi)}{|\sigma_m|} + g_d(\xi) \ln(|\sigma_m|)\right) + h_d(\xi) & \text{for } \sigma_m < 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

The softening phenomenon is defined as a gradual decrease of the mechanical resistance during a continuous increase deformation. The material is gradually weakned because of reduction in the internal bonds. An exponential softening function is adopted here (Kang, 1997):

$$c = \frac{1}{\exp(\delta_s w^2)} \quad (5.13)$$

where,  $w$  is the displacement of the crack opening for a direct tensile test, and  $\delta_s$  is a constant controlling the rapidity of the decay. Considering the invariance of softening compared to samples of different heights, it is possible to combine the degradation of the resistance with a homogenization of the opening displacement of the crack. This displacement is replaced by a plastic fracture strain  $\epsilon_f$  in an elastic-plastic equivalent environment to obtain the following equation:

$$\epsilon_f = \frac{w}{l_c} \quad (5.14)$$

where,  $\epsilon_f$  is referring to equivalent strain at fracture in tension and  $l_c$  is the characteristic length of the material. The approach used to link or replace the opening displacement of the crack to strain at the crack rupture is diffuse cracking. The characteristic length  $l_c$  is a measure of the distance that can exist between two parallel cracks inside the material. It is connected to the size of material's heterogeneities or the size of aggregates. According to Crouch et Tahar (2000), the characteristic length  $l_c$  can be determined by Eq.5.15:

$$l_c = 2.7d_a \quad (5.15)$$

where,  $d_a$  is the average diameter of the largest aggregates. The incremental fracture strain is defined in terms of the positive components in the Euclidean norm of the plastic strain increment:

$$\Delta\epsilon_f = \sqrt{\langle \Delta\epsilon_{p1} \rangle^2 + \langle \Delta\epsilon_{p2} \rangle^2 + \langle \Delta\epsilon_{p3} \rangle^2} = \Delta\lambda \|\langle \mathbf{m} \rangle\| \quad (5.16)$$

where  $\langle \rangle$  are the Macauley brackets which extract the positive tensile component of the principal plastic increment. The increments  $\epsilon_f$  are nonzero only if open microcracks are taking place.

The fracture model for Mode I type tensile cracking described above is extended to encompass Mode II/III type shear fracture. Distributed microcracking occurs under increasing confinement as Mode II or III appear. The general crack model can be interpreted as a multiple tensile crack approach. Mixed mode fracturing introduces the idea of the number ( $N$ ) of cracks, which are formed in a specimen under a given state of stress. The resulting amount of fracture energy  $G_f$  which is dissipated in a specimen is therefore  $NG_f$ . The Lode angle  $\theta$  is included to distinguish between the two failure types. Using expression from Crouch et Tahar (2000), the number of cracks is determined by Eq.5.17:

$$N = \begin{cases} 1 & \text{for } \frac{\sigma_m}{\rho} \geq \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \sqrt{2} \left( \frac{-\sqrt{3}\sigma_m}{\rho} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( 1 - \cos \left( \theta + \frac{\pi}{6} \right) \right) (N_{uc} - 1) + 1 & \text{for } \frac{\sigma_m}{\rho} < \frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases} \quad (5.17)$$

Experimental investigations carried out by Zhang et Bicanic (2002) and by Nielsen et Bicanic (2003) showed that the increase of temperature up to 300°C resulted in increasing the concrete fracture energy by 60%. A more tortuous crack surface is one plausible explanation for the significant increase in  $G_f$ . Further increase of temperature to 600°C resulted in decreasing to reach about 90% of its initial value. In the present model, the dependency of the concrete fracture energy  $G_f$  on the temperature is obtained through the relationship proposed by Nielsen et Bicanic (2003).

## 5.6 Stress return algorithm

### 5.6.1 Evaluation of convenient stress for plastic potential

By overlaying the chemoplastic potential on the modified Etse and Willam yield surface, both defined on the Haigh-Westergaard coordinates, it is possible to demonstrate that for a given strength parameter  $k$ , the two curves do not undergo the same stress states. In order to ensure adequate evaluation of normal vectors, it is necessary that each surface pass through the current stress state. Keeping the loading surface unchanged, the calculation related to the plastic potential need to be modified. D'amours (2004) proposed an original procedure consisting of a new value deviatoric component  $\rho$  prior to the evaluation of the gradient of plastic potential. This allow the stress state to move vertically to the plastic potential for  $Q = 0$ . This method is valid for both hardening and softening regimes. However, it is essential to use circular deviatoric sections and analytical derivatives to isolate  $\rho$  and to modify the calculation of numerical derivatives. To minimize the potential, the new value of  $\rho$  is obtained using the following iterative relationship (Eq. 5.18):

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \frac{Q(\sigma_m, \rho_i, r, k)}{\frac{\partial Q(\sigma_m, \rho_i, r, k)}{\partial \rho}} \quad (5.18)$$

Special attention is focused on the calculations of the derivatives. The terms  $\frac{\partial Q}{\partial \sigma_m}$  and  $\frac{\partial Q}{\partial \rho}$  are evaluated with  $\rho_Q$ , while  $\frac{\partial \rho}{\partial \sigma}$  and  $\frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma}$  are evaluated with the real vectors of stress.

### 5.6.2 Resolution scheme

A backward-Euler (Euler implicit) algorithm as defined by Crisfield (1991) is applied for constitutive integration. In summary, to calculate the incremental stress  $\Delta\sigma$  from point  $B$  to point  $C$  in Fig. 5.9, it is necessary to apply the following procedure:

- Calculating the first elastic prediction.

1. From the stresses at point  $B$  (Figure 5.9), calculate the value of  $F$  and the gradient

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F(\sigma_m, \rho, r, k)}{\partial \sigma}.$$

2. In the presence of non-associated flow, identify a particular value of  $\rho$  for  $Q = 0$  and calculate the gradient  $\mathbf{m} = \frac{\partial Q(\sigma_m, \rho, r, k)}{\partial \sigma}$ .
  3. Compute  $\Delta\lambda = \frac{F_B}{\mathbf{n}_B^T \mathbf{H} \mathbf{m}_B + H_{pB}}$  and the stresses at point  $C$ :  $\sigma_C = \sigma_B - \Delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_B$ , where  $\sigma_B$  is the elastic test point,  $\mathbf{H}$  is elasticity tensor, and  $H_g$  is effective plastic modulus ( $g$  is generic variable,  $g = p$  for hardening and  $g = c$  for softening).
  4. Update the equivalent plastic strain  $\epsilon_p(\epsilon_f)$  in hardening (softening) and the strength parameter  $k(c)$  during the hardening(softening).
- Beginning the implicit backward-Euler method.
5. Calculate  $F$  and  $\mathbf{n}$  at the current point  $C$ .
  6. Minimize the potential for  $Q = 0$  and calculate the gradient  $\mathbf{m}$ .
  7. Calculate the residual  $\mathbf{r}_0 = \sigma_C - \{\sigma_B - \Delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_C\}$ .
  8. Compute the change of the plastic multiplier:

$$\delta\lambda = \frac{F_{C_0} - \mathbf{n}_C^T \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \mathbf{r}_0}{\mathbf{n}_C^T \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{m}_C + H_{pC}}$$

and then change the stresses

$$\delta\sigma = - \left[ \mathbf{I} + \Delta\lambda \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \sigma} \Big|_C \right]^{-1} \{ \mathbf{r}_0 + \delta\lambda \mathbf{H} \mathbf{m}_C \}$$

9. Update the stresses at the point  $C$ :  $\sigma_{C_n} = \sigma_{C_0} + \delta\sigma$   
Then calculate the changes in plastic multiplier at point  $B$  (Figure 5.9):  $\Delta\lambda_n = \Delta\lambda_0 + \delta\lambda$
10. Update the equivalent plastic strain  $\epsilon_p(\epsilon_f)$  and the strength parameter  $k(c)$  during the hardening(softening).
11. Repeat the procedure from step 5 until  $\mathbf{r}$  and  $F$  are below a certain tolerance.

## 5.7 Calibration of the proposed model

Regardless of the temperature levels, calibration procedures were developed in reference Hammoud *et al.* (2013a). The calibration procedure consisted in determining the first parameter to identify

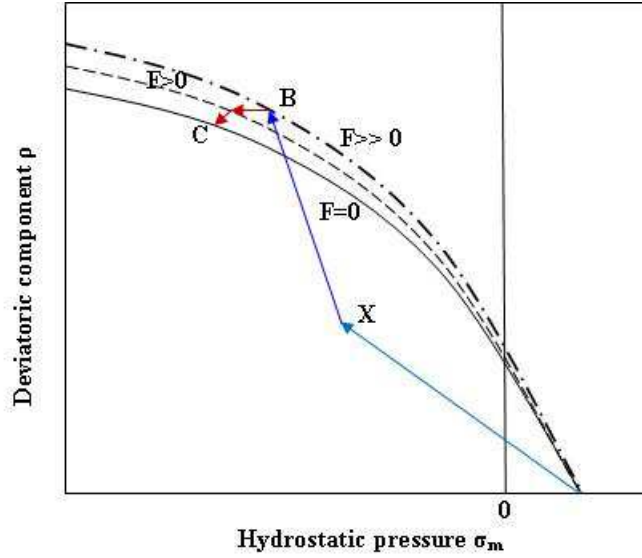


Figure 5.9 Predictor Elastic test point

the failure envelope  $F$  is  $\alpha_f$ . This parameter is used to express the function  $\rho(\sigma_m)$  and its value is set to 2.5 (Hammoud *et al.*, 2013a). The second parameter is  $\beta_f$  that appears in the hardening term. It is used to define the dependence of the resistance as a function of  $k$ . This setting offers the possibility of hardening in tension, and this loading path is near the triaxial tensile failure. As a first approximation, the parameter  $\beta_f$  is constant and can be similar to the parameter  $\alpha_f$ . These parameters  $a_f$  and  $b_f$  are identified manually by trial and error until the criterion provides an accurate fitting of the experimental points. The selected combination is one that offers the lowest error (Root Mean Square (RMS)) between the measured shear stresses and those defined by the criterion at the same pressures. The same analysis for parameters identification is repeated for the plastic potential. Due to non-associatedness law, the potential has a slightly different form of the failure envelope. Three parameters ( $a_q$ ,  $b_q$ , and  $\alpha_q$ ) are identified. The plastic potential used for the concrete must have the following characteristics (Kang, 1997):

1. It should promote a positive change in volume plastic in the region of positive pressure related to the mode of crack opening.
2. It should promote a change in plastic form in the region of negative pressure related to the mode of cracking or splitting in shear compression.

The elastic-plastic model developed by Kang (1997) allow to reach the same conclusions on the behavior of concrete. The expression developed for the plastic potential can now answer the two features mentioned above through the parameter  $\alpha_q$ . By setting values of  $\alpha_q$ , it is possible to get a pronounced of the relation  $\rho(\sigma_m)$ . The last two parameters  $a_q$  and  $b_q$  are identified by inverse manner.



Manually set values for  $a_q$  and  $b_q$  and simulate a failure to observe the permanent components of volumetric and deviatoric deformations. The model is programmed in the Matlab software and the loading is controlled by stress and by imposing increments in only axial direction. The simulation solves the constitutive model at integration point representing a unit volume. From permanent deformations obtained, the plastic volumetric and deviatoric strains components are calculated and then compared to those measured in the laboratory. Figures 5.10 and 5.11 show the results for a simple compression test. According to the results obtained during the simulation, the ratio of the deviatoric component and the volumetric component is preserved almost to failure. However, during the hardening, the plastic volumetric strain component has greater amplitude. Figure 5.12 shows numerical and experimental correlation obtained through a simple compression test. If the correlation is deemed to be satisfied, the values used for  $\alpha_q$ ,  $a_q$  and  $b_q$  are considered acceptable.

## 5.8 Parameters evolution of failure criterion and chemoplastic potential

### 5.8.1 Fitting parameters of the failure criterion

Referring to Eq. 5.3 for the failure envelope, the five parameters are expressed function of the degree of dehydration in order to allow the model to include the strength degradation depending on the degree of dehydration. The first parameter is the absolute value of the uniaxial compressive strength  $f_c$  according to the degree of dehydration  $\xi$  (Fig. 5.1). As the degree of dehydration is directly obtained from the mechanical strength, a linear relationship is obtained between the two variables. The second parameter to fitting is the relationship between the absolute value of the uniaxial compressive strength and the uniaxial tensile strength depending on the degree of dehydration  $\xi$ . As depicted in Fig. 5.13, the relationship is not linear. The last parameters  $a_f$  and  $b_f$  of the loading surface according to the degree of dehydration  $\xi$  are shown in Fig. 5.14. The Correlation between the proposed parameters and degree of dehydration offers nonlinear equations. Obviously, regression using the second polynomial interpolation is better representation for these parameters. It was found that the introduction of these new parameters resulted in higher  $R^2$  values. The proposed models can be used to estimate the parameters for intermediate temperature levels and, consequently, determine the failure criteria.

Now those terms of the parameters of the failure envelope are known by the degree of dehydration, it is possible to plot the shear strength of the compressive meridian of the failure criterion as a function of hydrostatic pressure and the degree of dehydration as shown in Fig 5.5. The resulting smoothing operation offers convex surface for any stress state. Since this condition is met, this surface makes it possible to determine any stress leading to the rupture of concrete according to the degree of dehydration.

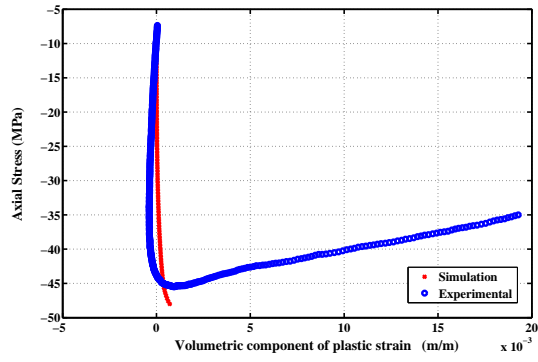
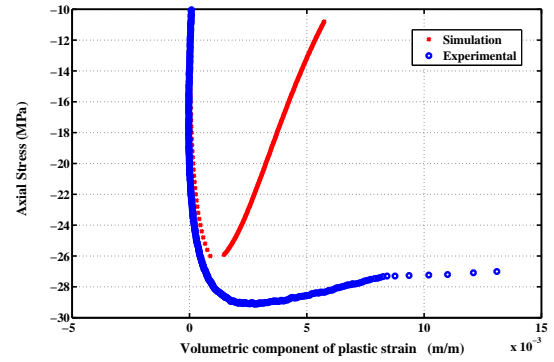
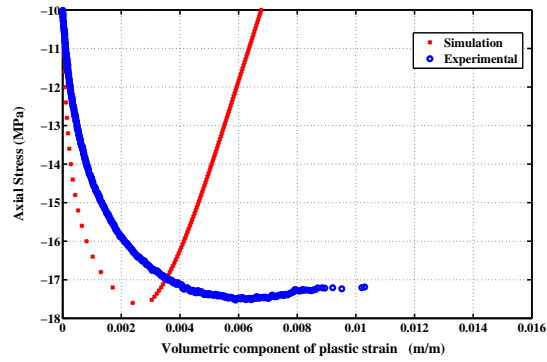
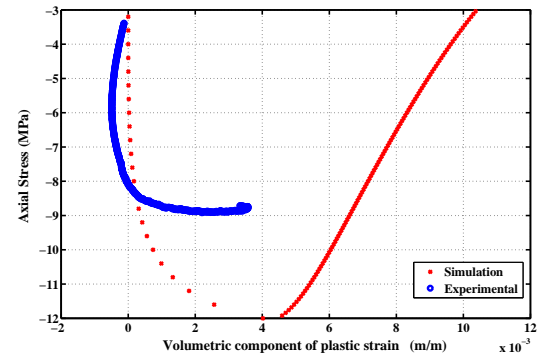
(a)  $\xi = 1$  (25°C)(b)  $\xi = 0.64$  (300°C)(c)  $\xi = 0.39$  (500°C)(d)  $\xi = 0.2$  (700°C)

Figure 5.10 Volumetric plastic strains at different degree of dehydration (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

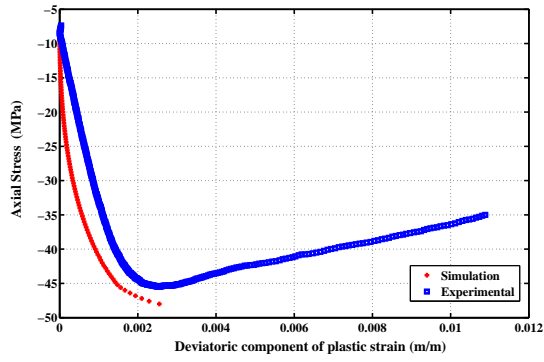
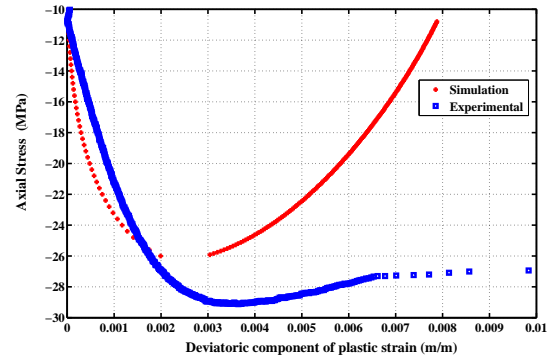
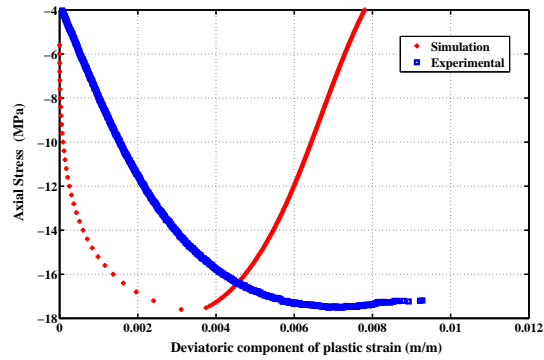
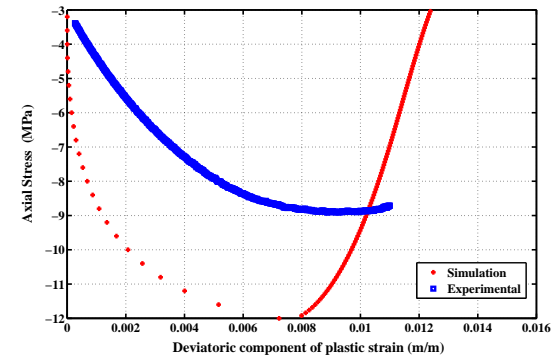
(a)  $\xi = 1$  (25°C)(b)  $\xi = .64$  (300°C)(c)  $\xi = 0.39$  (500°C)(d)  $\xi = 20$  (700°C)

Figure 5.11 Deviatoric plastic strains at different degree of dehydration (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

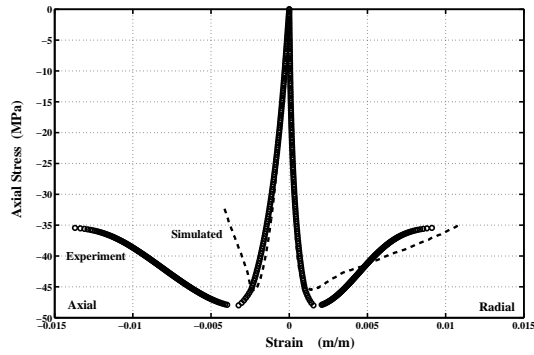
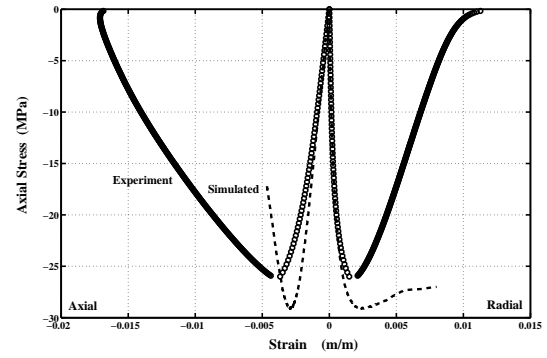
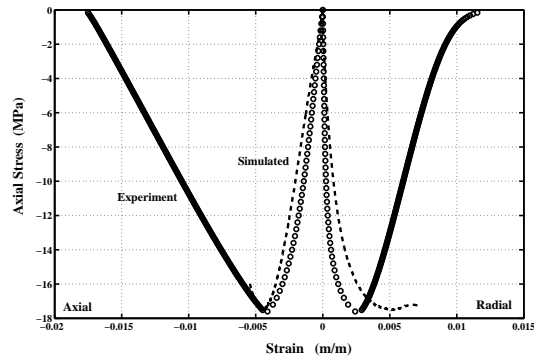
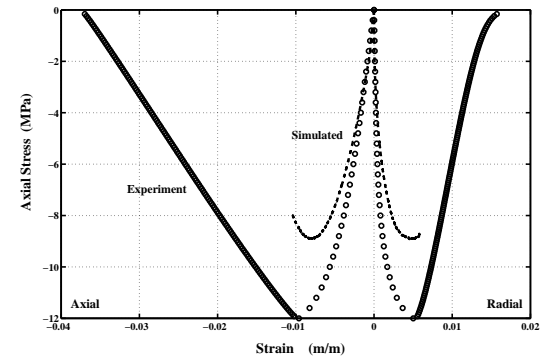
(a)  $\xi = 1$  (25°C)(b)  $\xi = 0.64$  (300°C)(c)  $\xi = 0.39$  (500°C)(d)  $\xi = 0.2$  (700°C)

Figure 5.12 Stress-strain curves in axial compression at different degree of dehydration (Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

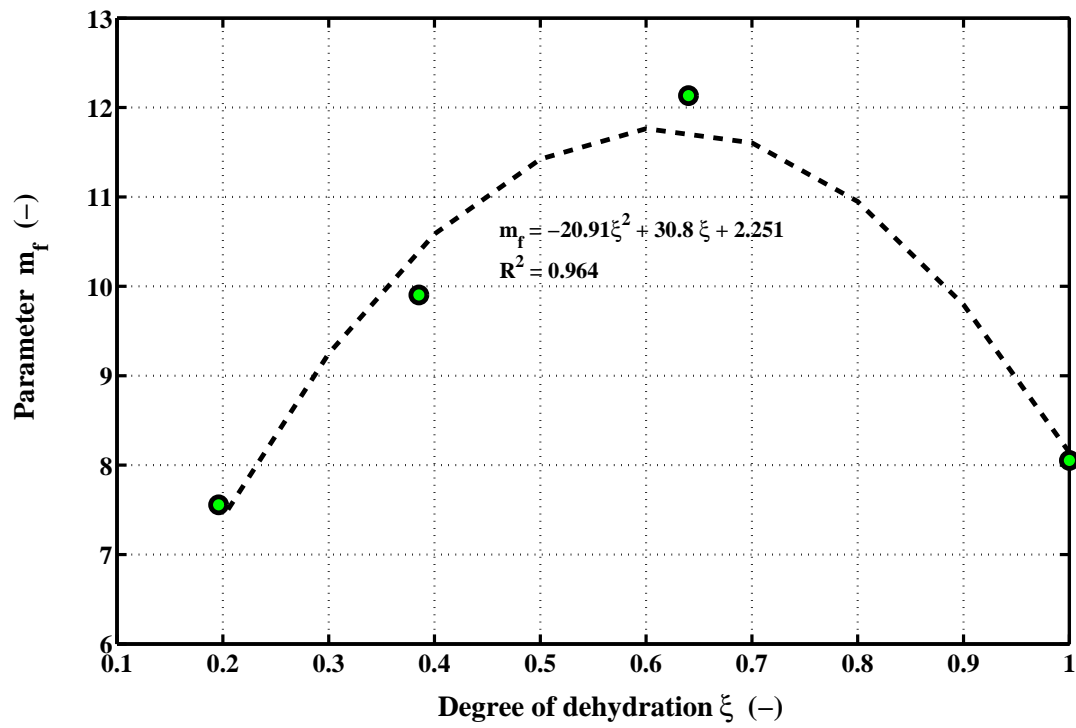
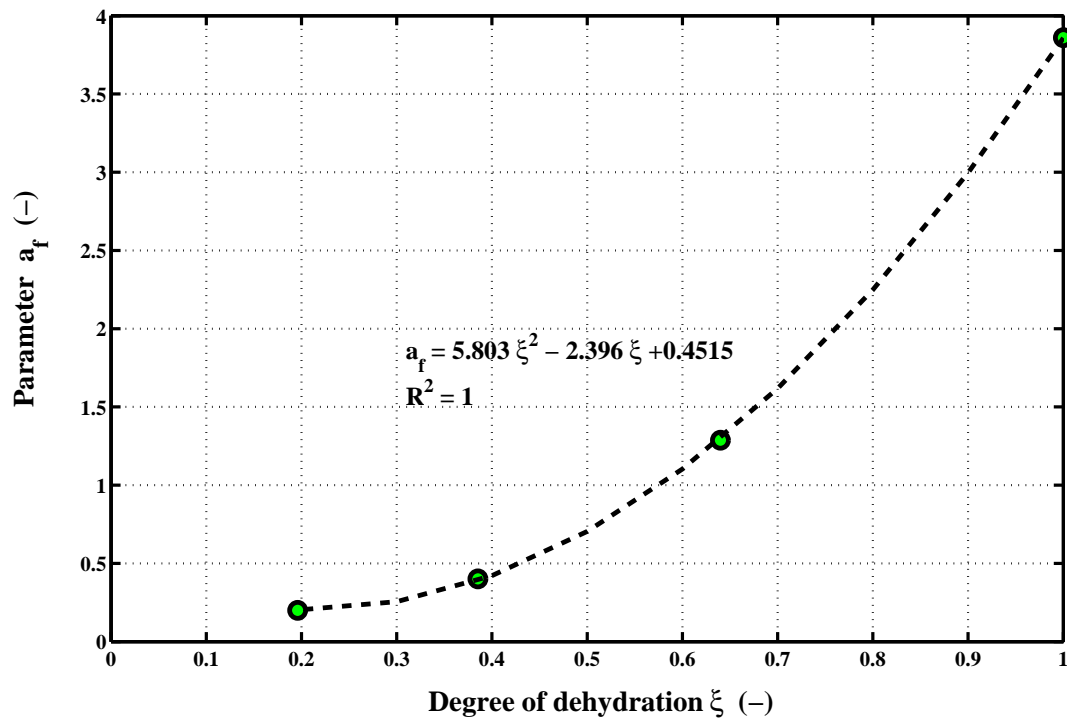
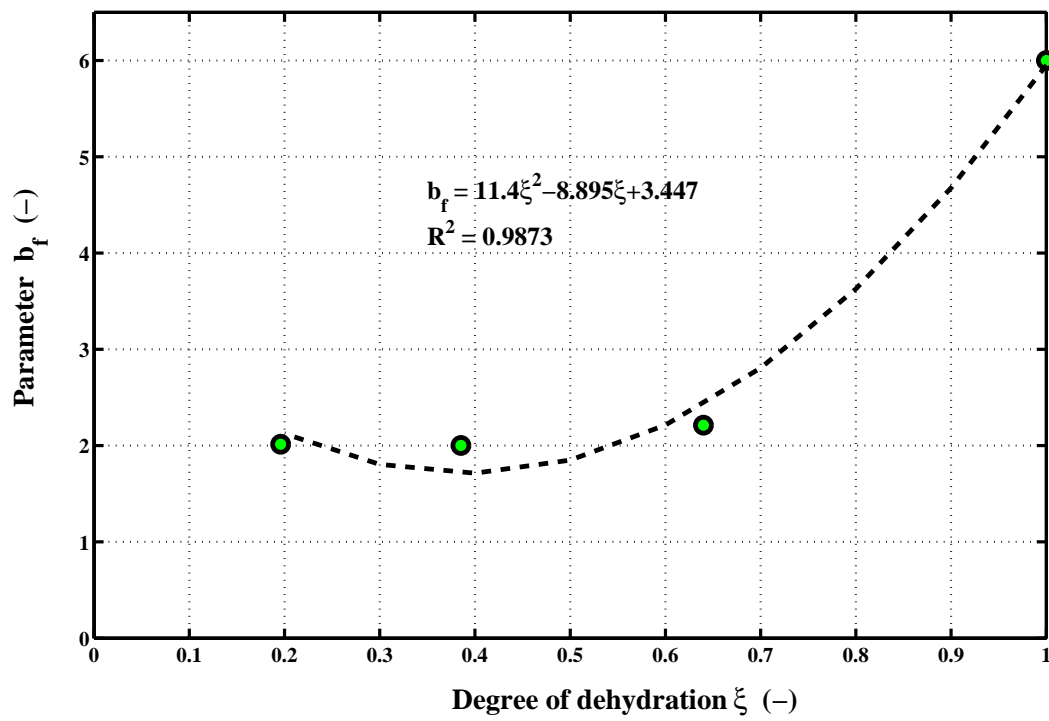


Figure 5.13 Evolution of  $m_f$  versus degree of dehydration(Data from (Hammoud *et al.*, 2013b))

(a) Parameter  $a_f$ (b) Parameter  $b_f$ Figure 5.14 Evolution of failure envelope parameters  $a_f$  and  $b_f$  according the degree of dehydration

### 5.8.2 Fitting parameters of chemoplastic potential

The first parameters of the chemoplastic potential  $Q$  are  $a_q$  and  $b_q$  different from those of the loading surface. Fig.5.15 illustrates the relationship defined as function of the degree of dehydration. Referring to Eq.5.9, the parameter  $\beta_q$  appears in hardening. It is also different for the failure envelope  $F$  and plastic potential  $Q$  and is used to define the dependence of the resistance as a power function.

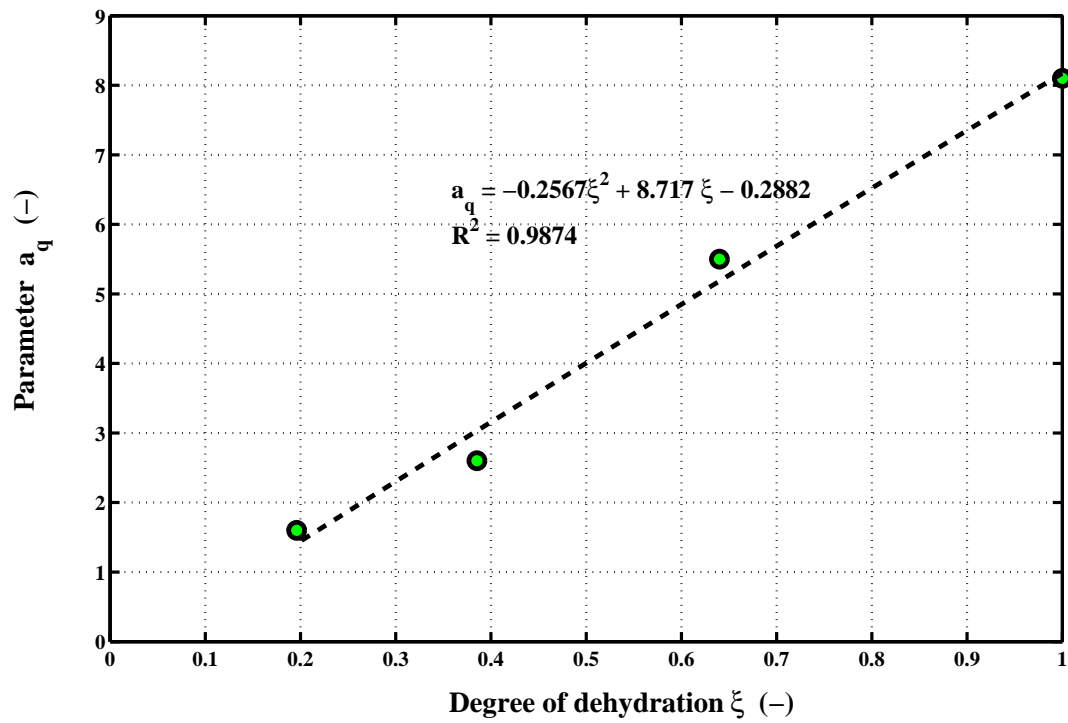
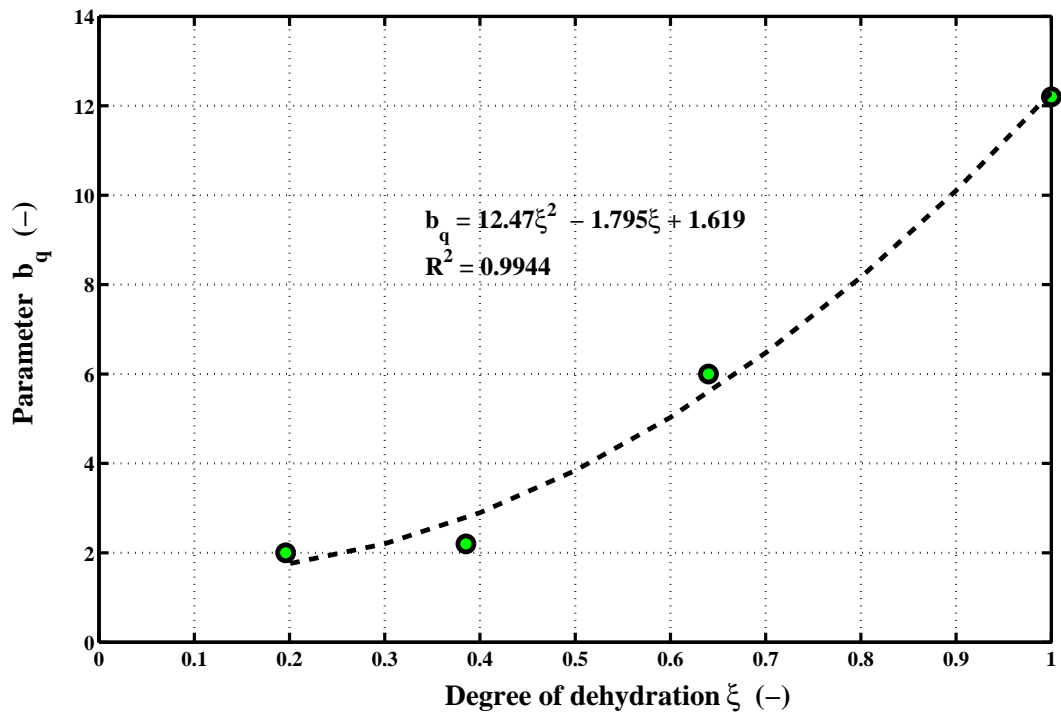
Once all the parameters of potential chemoplastic have been determined, it is possible to trace this potential across the range of degree of dehydration. As depicted in Fig.5.16, the potential obtained is smooth and convex and should not cause numerical problems.

### 5.9 Numerical experiments for various loading scenarios

The developed constitutive model was implemented in Matlab. It is worthy to note that all parameters were calibrated on the basis of the experimental studies from Hammoud *et al.* (2013b). The capability and performance of the model is evaluated by comparing experimental and predicted results. Direct, biaxial and triaxial numerical tension at different temperatures levels are applied and the results are illustrated. As depicted in Figures 5.17 and 5.18, simulated results of a direct tension at 500°C are similar to that of Rankine criterion. The model slightly overestimates the analytically calculated resistance for this loading case. Figures 5.19 and 5.20 show the stress-strain simulation for the triaxial tension. The failure criterion is also close to that of Rankine criterion. Based on this criterion, the model adequately estimates the strength of the material. Regardless of the temperature treatment, the model assumes that the material does not present hardening stage. The main crack propagation is reducing the residual strength as if the material behaved fragile.

Comparison between numerical and experimental results for concrete under uniaxial compression at 300°C in both axial and radial directions is summarized in Figures 5.12(b) and 5.21. As can be observed, the hardening regime is similar to the experimental one. At this temperature level, the model slightly overestimates the axial stress. As can be observed in Figures 5.21(a) and 5.21(b), the failure criterion and the plastic potential go through the same strength parameter  $k$  (or cohesion  $c$ ) as explained in section 5.6.1.

The comparisons between numerical and experimental results for concrete subjected to a temperature of 500°C and various confinement levels are presented in Figures 5.22 and 5.23. The correlation is acceptable for both axial and radial directions. The respective experimental data are relatively close to the numerical result.

(a) Parameter  $a_q$ (b) Parameter  $b_q$ Figure 5.15 Evolution of failure envelope parameters  $a_q$  and  $b_q$  according the degree of dehydration



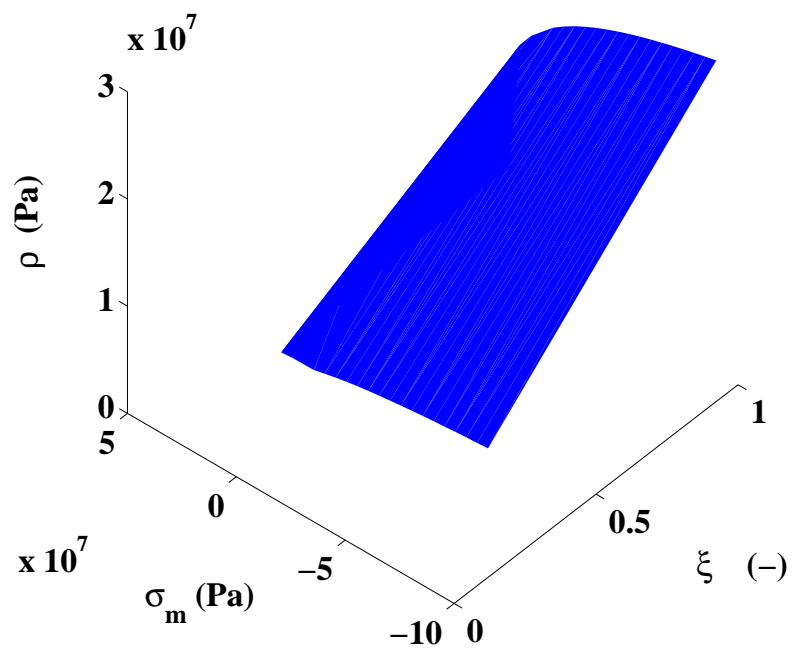


Figure 5.16 Evolution of chemoplastic potentiel  $Q$  versus degree of dehydration(Data from (Ham-moud *et al.*, 2013b))

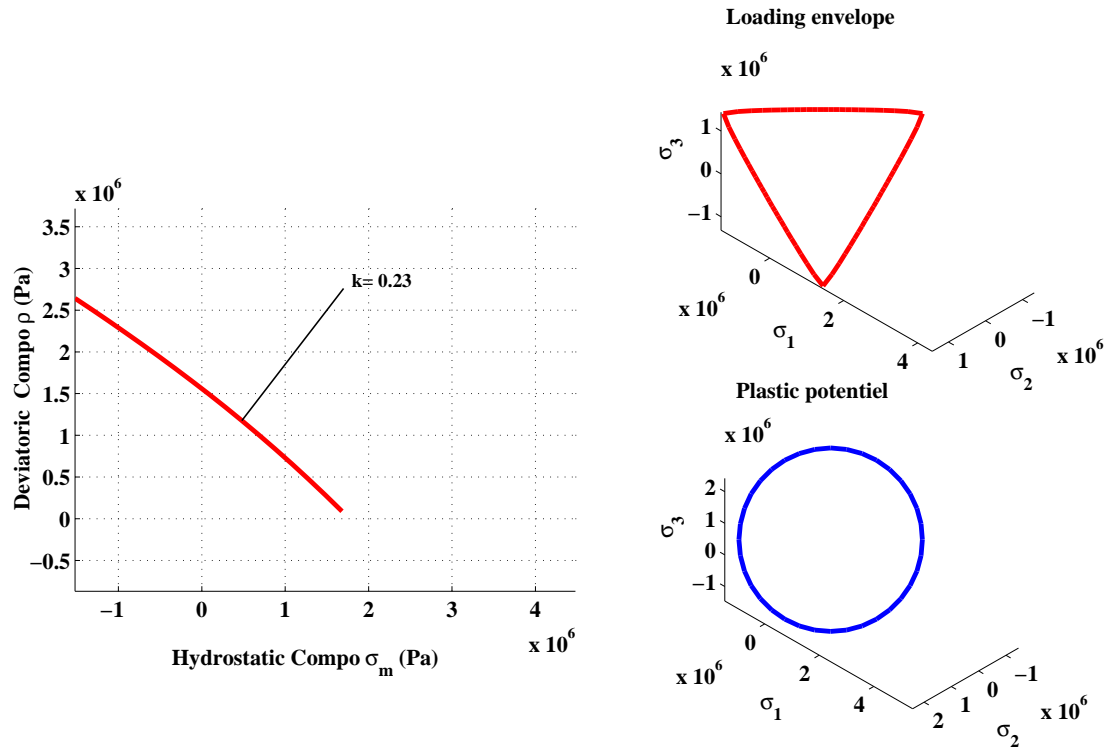
## 5.10 Conclusions

Novel tri-dimensional constitutive model was proposed and validated. Simulations were performed to assist in the development of the modeling requirements for simulating high-temperature impact on concrete behavior. A three dimensional constitutive law, based on the *ELM* model, under chemoplastic framework has been formulated. The core of proposed model is composed of: (1) an expand a five parameters loading surface under chemoplastic framework to consider chemoplastic softening and, consequently, the decrease of the strength of concrete at high temperature. The loading surface is calibrated using experimental data. (2) A new ductility function is proposed and calibrated. This operation is performed to better capture the evolution of the plastic deformation under elevations of both temperature and confinement pressure. (3) New chemoplastic potential is also proposed and calibrated.

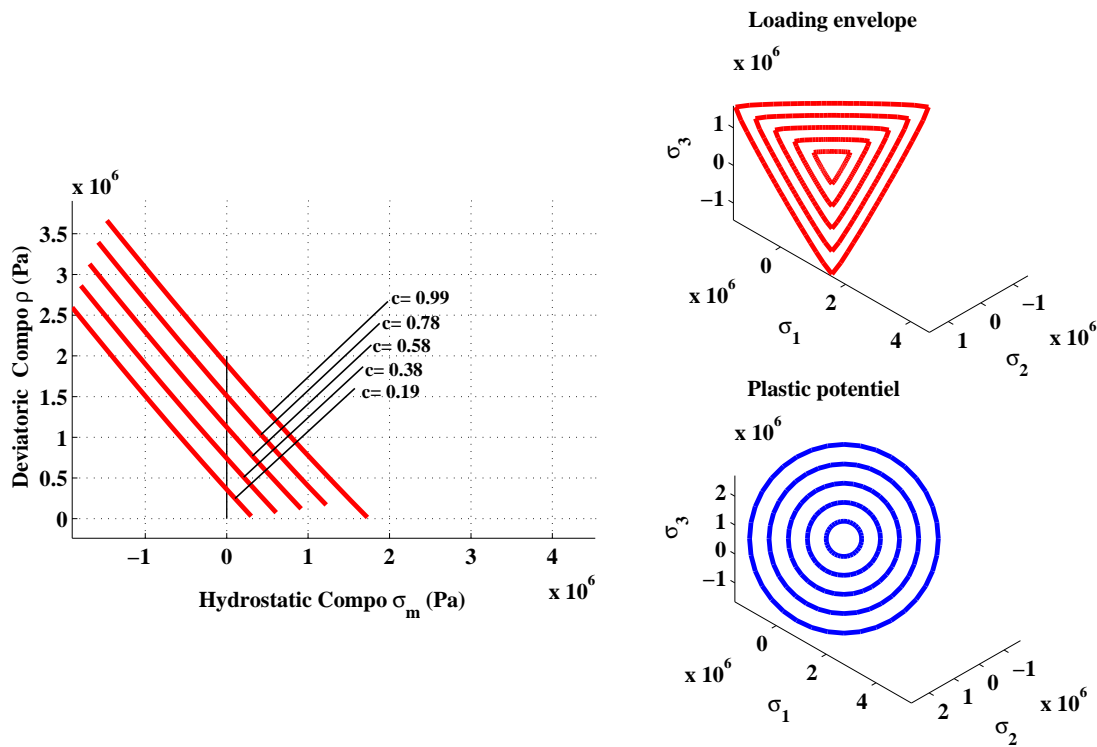
Simulation results are compared to experimental data in terms of stress-strains relationships. Analyses show good accuracy of the proposed model to simulate the behavior of concrete subjected to high temperature. Indeed, simulation results are in good agreement with experimental results for the wide range of temperatures levels investigated in this paper. To further increase the usefulness of the proposed formulation, the proposed model should be implemented into a finite element model to investigate its behavior and numerical stability.

## Acknowledgments

The financial support from the Fonds de Recherche du Québec- Nature et Technologies (FRQNT) is highly acknowledged.



(a) Hardening



(b) Softening

Figure 5.17 Numerical uniaxial tension test in hardening and softening stages at  $\xi = 0.39$  (500°C)

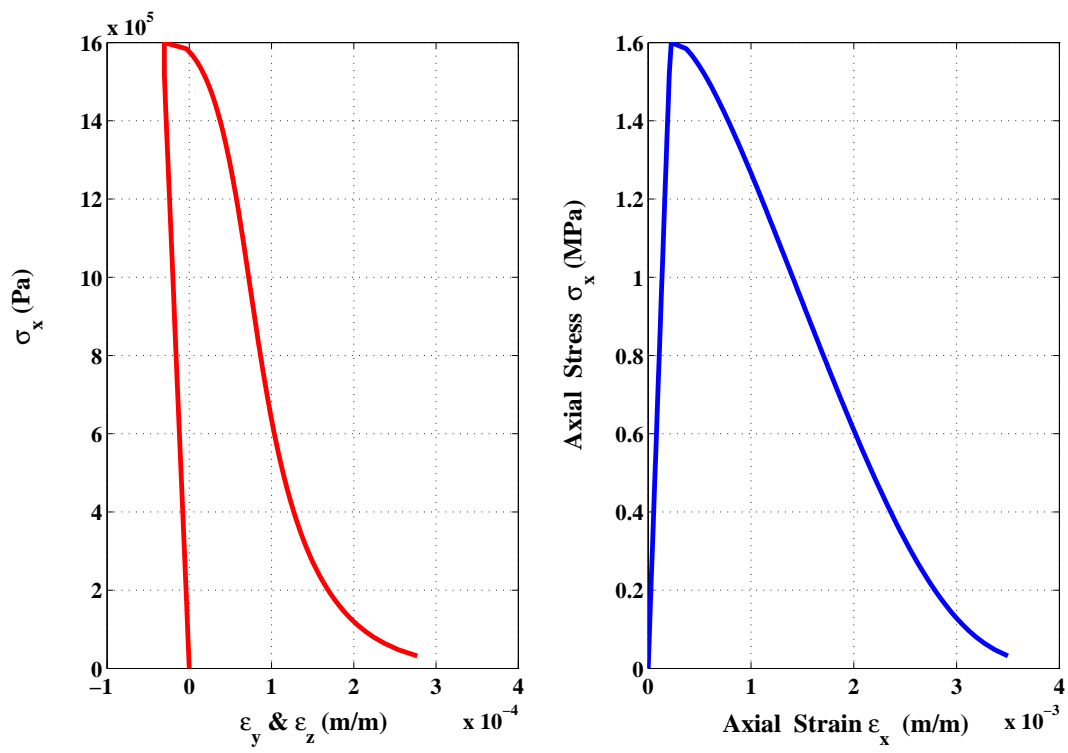


Figure 5.18 Stress-strains (axial and radial) curves from numerical uniaxial tension test at  $\xi = 0.39$  (500°C)

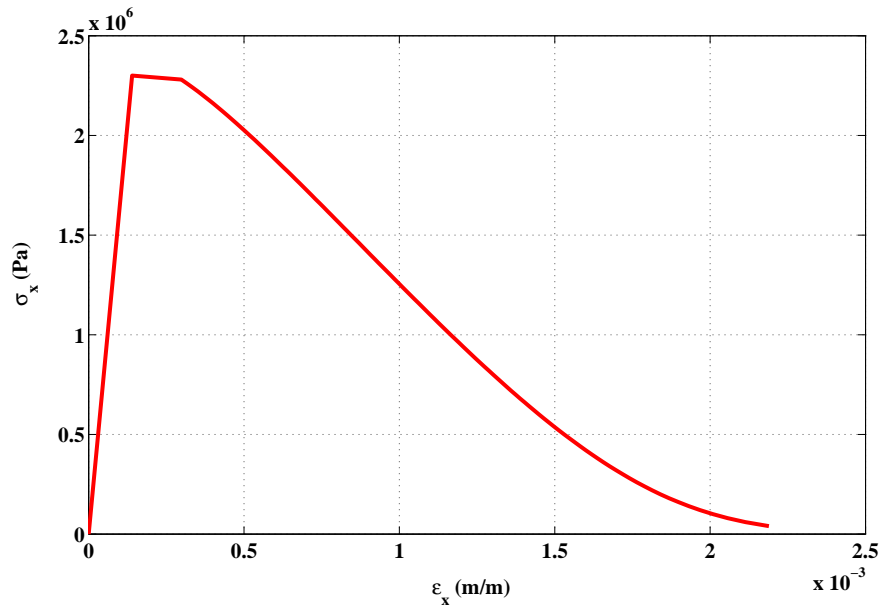


Figure 5.19 Stress-strain curve from numerical triaxial tension test at  $\xi = 0.64$  (300°C)

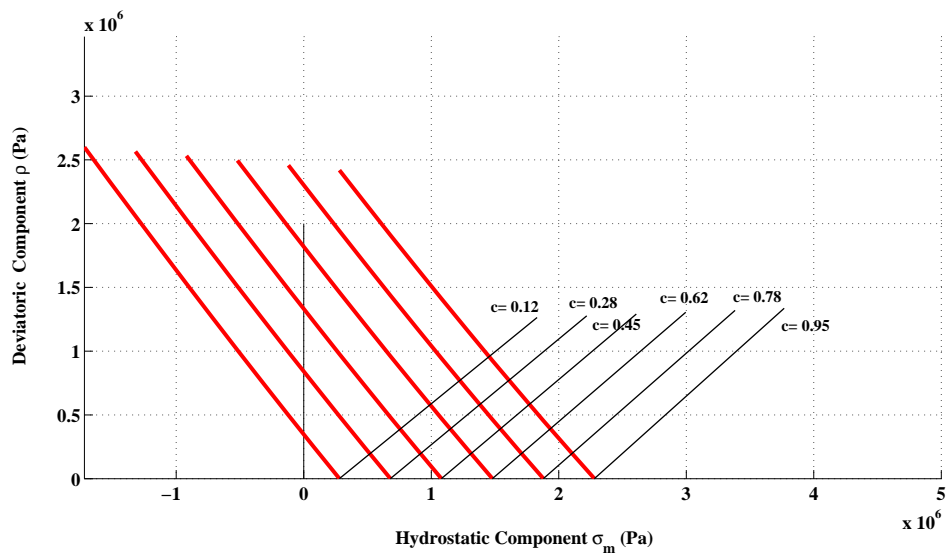
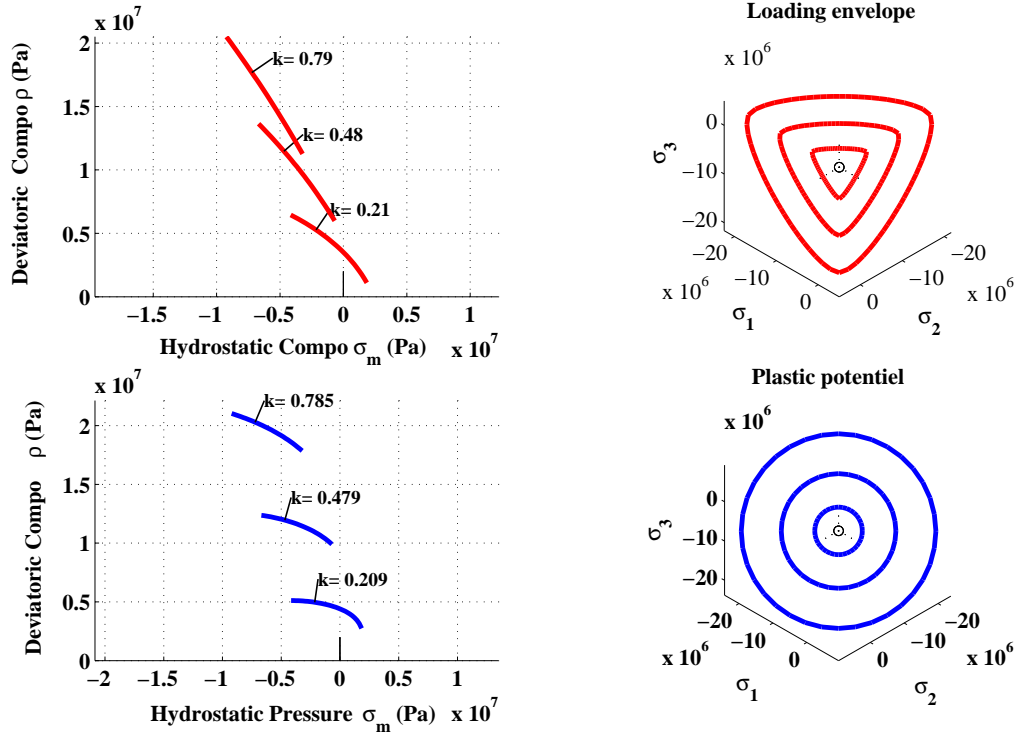
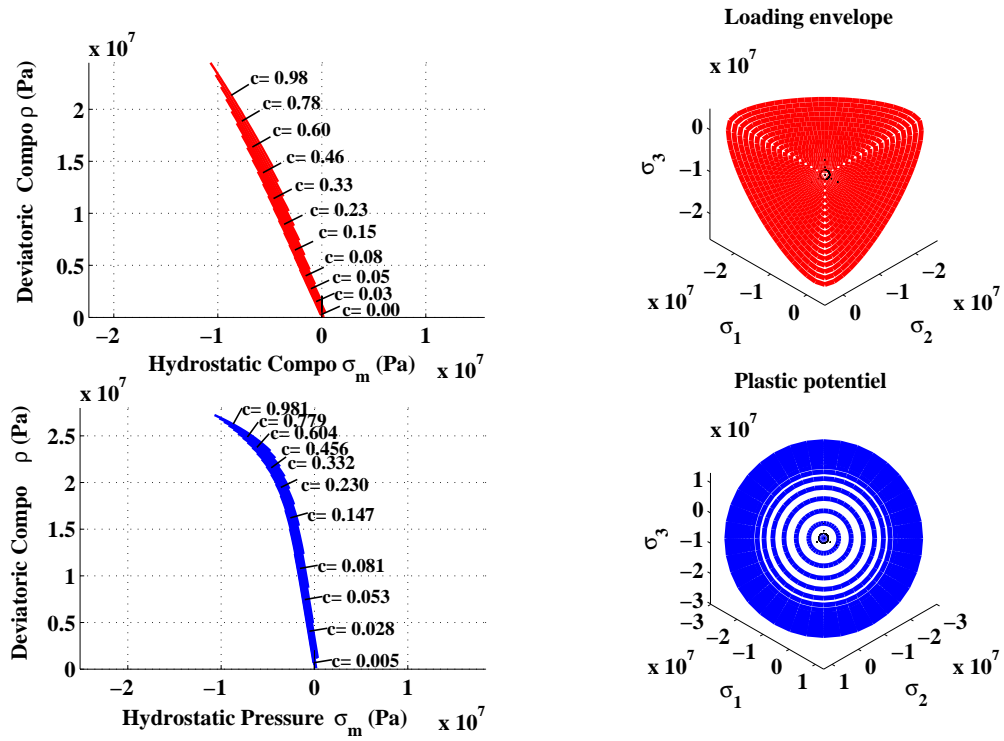


Figure 5.20 Softening stage in numerical triaxial tension test at  $\xi = 0.64$  (300°C)

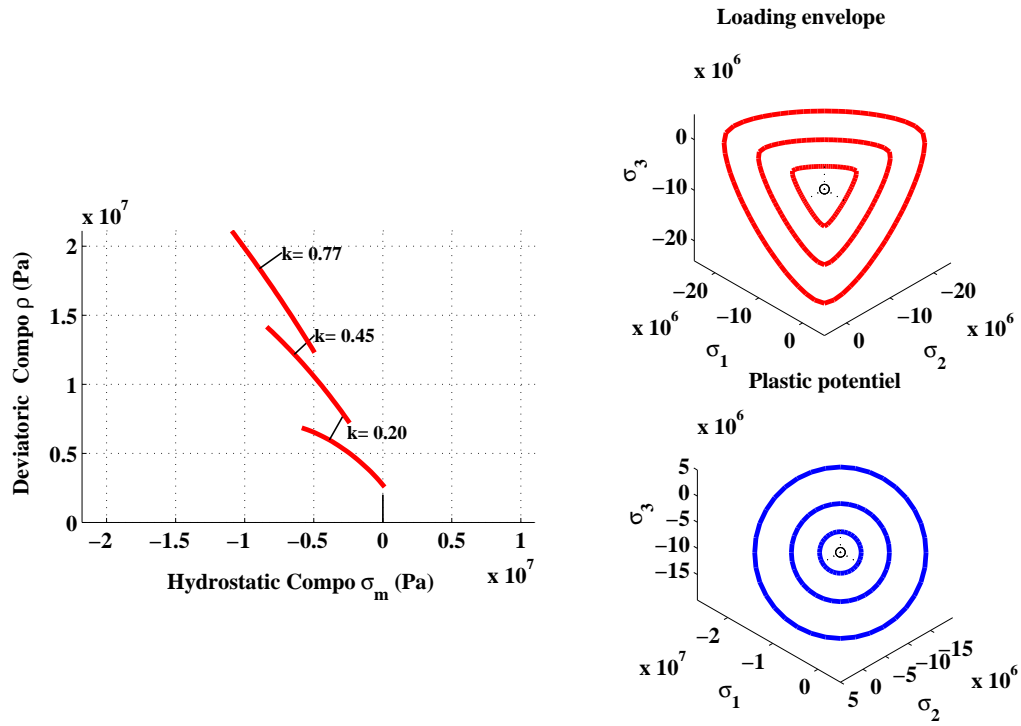


(a) Hardening

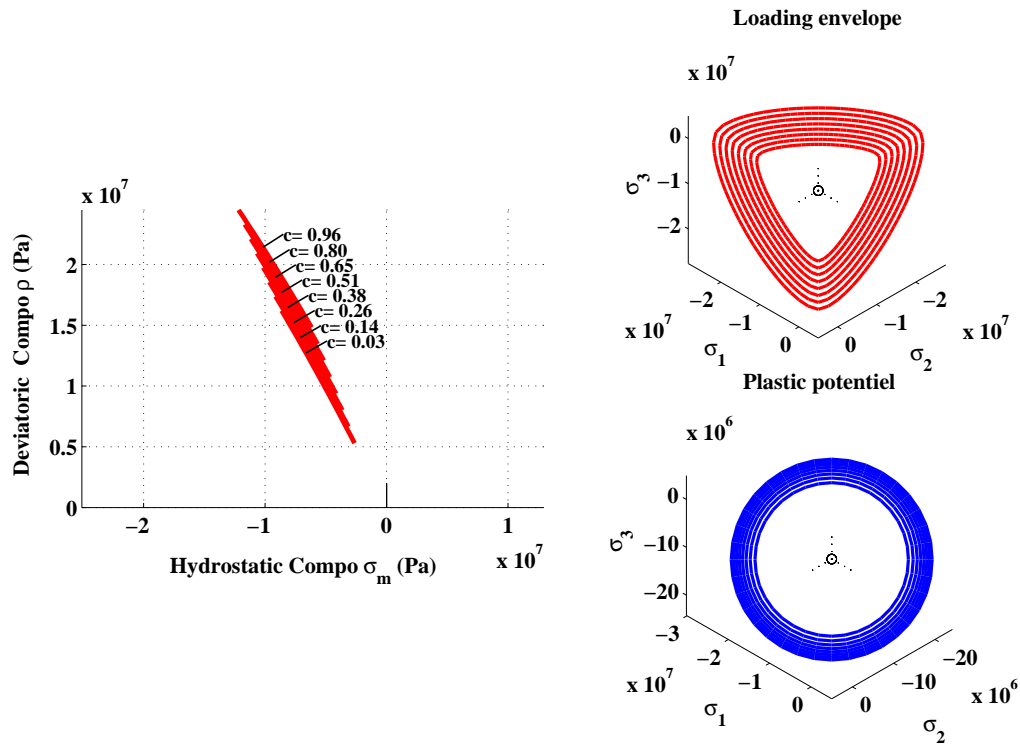


(b) Softening

Figure 5.21 Hardening and softening stages in uniaxial compression test at  $\xi = 0.64$  (300°C)



(a) Hardening



(b) Softening

Figure 5.22 Hardening and softening stages in numerical triaxial compression test at  $\xi = 0.39$  (500°C)

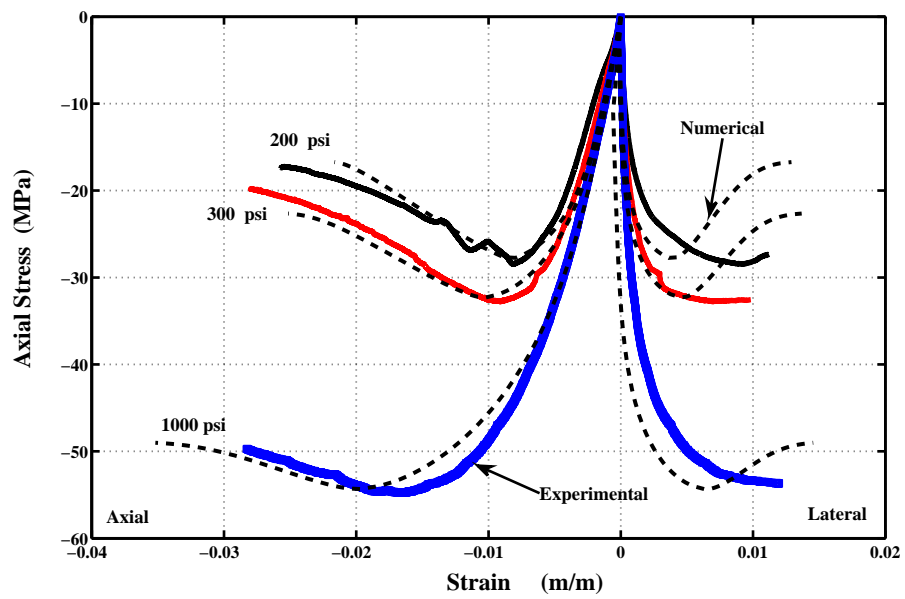


Figure 5.23 Comparison between numerical and experimental results for concrete under triaxial compression at different confinement pressures at  $\xi = 0.39$  (500°C) (Data from Hammoud *et al.* (2013b))



## CHAPITRE 6

### DISCUSSION GÉNÉRALE

Le but de cette étude est le développement d'une nouvelle loi constitutive tridimensionnelle, sous un cadre chimio-plastique, capable de prédire adéquatement les déformations et les contraintes générées dans le béton soumis à des hautes températures. Il s'agit aussi de capturer les modes de rupture sous une panoplie de chargement à la fois thermique et mécanique. Du moment qu'on assume un comportement élastoplastique du béton, la première étape est, donc, d'identifier un critère de rupture définissant tous les états de contraintes menant à la rupture de matériau. Comme le béton est un matériau de type granulaire, poreux et cohésif, il fallait s'attendre à ce que sa résistance mécanique soit sensible à la pression hydrostatique. Cette caractéristique a été observée et validée lors de notre campagne expérimentale en laboratoire. De plus, il faut aussi que cette surface de résistance puisse évoluer en se dilatant et se contractant en fonction d'au moins une variable d'écrouissage ou d'adoucissement.

Suite à la révision des modèles élastoplastique existant dans la littérature, le modèle d'Etse et Willam est ciblé en raison de sa capacité de reproduire des chemins de chargements tant en traction qu'en compression. Ce critère est réutilisé et modifié via l'ajout des paramètres supplémentaires afin de prendre en considération la composition de béton. L'emphase est, par la suite, étendue sur le cas des hautes températures, qui au lieu d'utiliser des modèles conventionnelles, en exprimant certains paramètres en fonction de la température locale atteinte, en l'explicitant en fonction d'un nouvel index à savoir le degré de déshydratation. Il s'ensuit que la dépendance  $f_c = f_c(\xi)$  est bien une fonction matérielle intrinsèque et a bien un sens mécanique contrairement à la relation phénoménologique  $f_c = f_c(T)$ . La combinaison de la relation mécanique précédente  $f_c = f_c(\xi)$  et de la condition d'équilibre thermodynamique  $\xi = \xi(T)$  permet de donner une interprétation mécanique et thermodynamique de la relation empirique  $f_c = f_c(T)$  qui est accessible par les essais standard sur les matériaux. Ces expériences constituent un moyen pour déterminer la fonction  $\xi(T)$  sachant que  $f_c(T) = \xi(T)f_{c0}$ . En effet, il est observé que la résistance en compression diminue de façon linéaire par rapport au degré de déshydratation. Ce qui veut dire que la déshydratation est, en partie, l'origine de la diminution de la résistance mécanique observée macroscopiquement. La décohésion considérée est, donc, d'origine chimique et non thermique. À l'échelle microscopique, le processus de déshydratation peut être grossièrement attribué à une micro-diffusion des molécules d'eau chimiquement liées depuis les micropores jusqu'aux pores capillaires. La perte de l'eau liée et la décomposition chimique ainsi que la dissociation des produits hydratés font affaiblir la structure

chimique du gel de ciment en détruisant les forces cohésives dans les micropores. À l'échelle macroscopique de modélisation, ces phénomènes mènent à une décohésion chimique affectant le domaine de résistance et son évolution.

En plus d'évaluer les contraintes lors d'un quelconque chargement plastique, le modèle vise aussi à évaluer simultanément la direction et l'amplitude des déformations plastiques. Pour se faire, un nouveau potentiel plastique est défini en réutilisant l'expression du critère de rupture et en introduisant de nouveaux paramètres. Ces derniers sont calés de façon simple en ayant les mesures de changement de forme et de volume plastique lors d'un essai de compression uniaxiale. Pour définir l'amplitude des déformations plastiques, une nouvelle courbe de ductilité est définie. L'originalité de cette expression vient du fait qu'elle permet maintenant de reproduire le changement de mode de rupture et ceci grâce à l'amplitude à la rupture différente en traction et en compression. Afin de définir une surface de ductilité sensible à la pression hydrostatique et à l'élévation de la température, les paramètres de la fonction de ductilité sont à leurs tour exprimés en fonction de degré de déshydratation.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le but principale de cette étude est de développer un modèle constitutive prédictif capable de reproduire le comportement thermomécanique du béton soumis à des hautes températures. L'étude numérique est validé par une étude expérimentale. Dans le sillage de ce développement, une base de données expérimentale a été formulée pour une éventuelle opération d'identification et de calibration de comportement nonlinéaire triaxiale de béton à haute température. L'effet conjoint de confinement triaxial et de la température, comme variables primaires, sur le comportement triaxial du béton est exploré. La performance des spécimens testés a été jaugée à partir des déformations et des contraintes enregistrées sous différentes histoires de chargement à la fois thermique et mécanique. Les résultats de ces essais alimentent, par la suite, une base de données pour la calibration des paramètres du modèle développé.

### Conclusions

En répondant aux objectifs de la thèse initialement fixés, certaines contributions ont été générées. Les points les plus importants de la recherche, présente dans cette thèse, peuvent être résumés comme suit :

#### 1. À partir des études expérimentales :

- (a) L'exposition de béton aux températures entre 25 et 700°C réduit considérablement sa résistance uniaxiale en compression, son module élastique et son coefficient de Poisson. Les spécimens soumis à 700°C ont montré de très mauvaises propriétés mécaniques.
- (b) Les deux modèles de rupture de Newman (nonlinéaire) et de Mohr-Coulomb (linéaire), largement utilisés à température ambiante, semblent être non adaptés dans le cas des hautes températures. Pour pallier à cette déficience, un modèle spécifique a été proposé par l'introduction de nouveaux paramètres fonctions du degré de déshydratation.
- (c) L'étude expérimentale a permis de générer une base de données pour une utilisation ultérieure dans le but de calibrer, identifier et formuler des lois constitutives tridimensionnelle pour le béton à haute température.

## 2. À partir des études analytiques :

- (a) Une des caractéristiques distinctes de ce modèle est le développement d'une surface de charge lisse, à cinq-paramètres, laquelle devrait capturer le comportement frictionnel et cohésif du béton dans un cadre chimio-mécanique. La surface de charge passe par l'ensemble des données expérimentales. Elle est capable de prédire, avec précision, la rupture à haute température et un confinement faible à moyen. Le canevas de calibration est simple et peut être réutiliser pour l'adapter à d'autre besoin matériel.
- (b) Dans le modèle, les réponses pre- et post-rupture sont contrôlés par des relations appropriées et minutieusement choisies afin de réguler l'écrouissage et l'adoucissement du béton. Les deux fonctions non-couplées sont définies en terme de la déformation plastique accumulée, laquelle représente l'état interne de l'endommagement du béton, ainsi qu'une nouvelle ductilité. Cette dernière est calée expérimentalement.
- (c) Certaines composantes sont décrites en fonction d'une relation constitutive basée sur un écoulement non-associé. Le potentiel plastique requiert une relation spécifique gouvernant la dilataance plastique. Pour se faire, un nouvel potentiel plastique est proposé en réutilisant la forme de la surface de charge. Ce potentiel plastique est expérimentalement calibré.

## Perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse sont originales. Ils ont contribué à une meilleure compréhension du comportement thermomécanique de béton préalablement soumis à des hautes températures. Néanmoins, il reste encore du travail à faire afin que le modèle développé reproduise fidèlement le comportement du béton soumis à haute température. Sous cette perspective, les recommandations suivantes peuvent être formulées :

- 1. À partir du modèle actuel, il sera intéressant d'étendre les résultats obtenus sur les matériaux post-chauffés à des essais où le chargement et le chauffage se font conjointement. Cette juxtaposition pourrait déboucher sur des déformations d'amplitudes totalement différentes à celles obtenus par un post-chauffage. L'effet transitoire des réactions chimiques au sein du béton auront un impact différent.
- 2. Le modèle montre une précision raisonnable lors de la corroboration des simulations numériques et expérimentales. Cependant, certains points restent à améliorer et explorer davantage l'aspect numérique et analytique. On propose les voies suivantes :
  - (a) Le modèle a tendance à surestimer la déformation plastique volumétrique. Un impact direct de cette conséquence est la déviation de la contrainte au peak entre les valeurs

expérimentales et numériques. Exprimer le paramètre de résistance en fonction d'une déformation plastique volumétrique au lieu d'une déformation plastique accumulée semble être une bonne brèche à explorer.

- (b) L'implémentation de ce modèle dans un code d'éléments finis permettra d'appréhender la performance et la stabilité de l'algorithme d'intégration qui peut avoir de la difficulté à converger au moment où l'état de contrainte se trouve près du point de traction triaxiale.
- (c) Raffiner davantage les mécanismes d'adoucissement utilisés dans le modèle. Contrairement à l'écrouissage, l'adoucissement de béton est peu étudié dans cette thèse. Une des solutions est d'utiliser le formalisme d'une loi de comportement non-locale.

## RÉFÉRENCES

- ACI (1989). *Guide for Determining Fire Endurance of Concrete Elements*, ACI 216R-89. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, USA.
- AHMAD, S. et HAMOUSH, S. (1988). A constitutive model for concrete exposed to high temperatures. *Elastic Plastic Failure Modeling of Structures with applications*. ASME Pressure Vessels and Piping Conference, New York, NY, USA, 145–152.
- AHMAD, S. et SHAH, S. (1982). Complete triaxial stress-strain curves for concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 108, pp. 728–742.
- AHMED, G. et HURST, J. (1997). Coupled heat and mass transport phenomena in siliceous aggregate concrete slabs subjected to fire. *Fire and Materials*, vol. 21, pp. 161–168.
- AITCIN, P. (1992). L'emploi des fluidifiants dans les bétons à haute performance. Y. Mallier, éditeur, *Les bétons à hautes performances-Caractérisation, durabilité, applications- La connaissance du matériau.*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées. pp. 45–64.
- AITCIN, P. (1998). *High-Performance Concrete*. Spon Press, UK.
- AKROYD, T. (1961). Concrete under triaxial stress. *Magazine of Concrete Research*, vol. 13, pp. 111–118.
- ALARCON-RUIZ, L., PLATRET, G. et EHRLACHER, A. (2005). The use of thermal analysis in assessing the effect of temperature on cement paste . *Cement and Concrete Research*, vol. 35, pp. 609–613.
- ALLAIRE, C. (1992). Refractory lining for alumina electrolytic cells. *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 75, pp. 2308–2311.
- ALNAJIM, A. (2004). *Modélisation et simulation du comportement du béton sous hautes températures par une approche thermo-Hygro-Mécanique couplée. Application à des situations accidentelles*. Thèse de doctorat, Université Marne-la-Vallée, Paris, France.
- ANDERBERG, Y. (1997). Spalling phenomena of HPC and OC. L. Phan, N. Caroni, D. Duthin et E. Garboczi, éditeurs, *Workshop on Fire Performance of High-Strength Concrete NIST*. Gaithersburg, Maryland, USA, pp. 69–73.
- ANSARI, F. et LI, Q. (1998). High-strength concrete subjected to triaxial compression. *ACI Materials Journal*, vol. 95, pp. 747–755.
- ASCE (1992). *Structural Fire Protection*. ASCE Committee on Fire Protection, Structural Division, NY, USA.

- ASLANI, F. et BASTAMI, M. (2011). Constitutive relationships for normal- and high-strength concrete at elevated temperatures. *ACI Materials Journal*, vol. 108, pp. 355–364.
- ATTARD, M. et SETUNGE, S. (1996). Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. *ACI Materials Journal*, vol. 93, pp. 432–442.
- AUBERTIN, M., LI, L., SIMON, R. et BUSSIÈRE, B. (2003). A general plasticity and failure criterion for materials of variable porosity. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.
- BABU, R., BENIPAL, G. et SINGH, A. (2005). Constitutive modelling of concrete : An overview. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, vol. 6, pp. 211–246.
- BAGGIO, P., MAJORANA, C. et SCHREFLER, B. (1995). Thermo-hygro-mechanical analysis of concrete. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 20, 573–595.
- BAHN, B. et HSU, C. (1998). Stress-strain behavior of concrete under compressive loading. *ACI Materials Journal*, vol. 95, pp. 178–193.
- BAKER, G. et DE BORST, R. (2005). An anisotropic thermomechanical damage model for concrete at transient elevated temperatures. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 363, 2603–2628.
- BAROGHEL-BOUNY, V. (1994). *Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très haute performance*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- BAZANT, Z. (1997). Analysis of pore pressure, thermal stress and fracture in rapidly heated concrete. L. Phan, N. Caroni, D. Duthin et E. Garboczi, éditeurs, *Workshop on Fire Performance of High-Strength Concrete NIST*. Gaithersburg, Maryland, USA, pp. 155–164.
- BAZANT, Z. et CHERN, J. (1987). Stress-Induced Thermal and Shrinkage Strains in Concrete. *ASCE Journal of Engineering*, vol. 113, pp. 1493–1511.
- BAZANT, Z. et KAPLAN, M. (1996). *Concrete at high temperatures. Material properties and mathematical models*. Longman House, Burnt Mill, England.
- BAZANT, Z. et OH, B. (1982). Strain-rate effect in rapid triaxial loading of concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 108, pp. 764–782.
- BAZANT, Z. et THONGUTHAI, W. (1978). Pore pressure and drying of concrete at high temperature. *ASCE J. Engrg. Mec. Div.*, vol. 104, pp. 1059–1079.
- BAZANT, Z. et THONGUTHAI, W. (1979). Pore pressure in heated concrete walls : Theoretical prediction. *Magazine of Concrete Research*, vol. 31, pp. 67–76.
- BAZANT, Z. et WITTMANN, F. (1982). *Creep and shrinkage in concrete structures*. John Wiley & Sons, inc.

- BEAR, J. et BACHMAT, Y. (1984). Transport phenomena in porous media- Basic equations. J. Bear et M. Corapcioglu, éditeurs, *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*. Dordrecht, Netherlands, pp. 5–61.
- BEAR, J. et BACHMAT, Y. (1991). *Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media (Theory and Applications of Transport in Porous media)*. Kluwer Academic Publishers.
- BILODEAU, A., KODUR, V. et HOFF, G. (2004). Optimization of the type and amount of polypropylene fibers for preventing the spalling of lightweight concrete subjected to hydrocarbon fire. *Cement and Concrete Composites*, vol. 26, pp. 163–174.
- BOURGEOIS, F., BURLION, N. et SHAO, J. (2002). Modelling of elastoplastic damage in concrete due to desiccation shrinkage. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, vol. 26, pp. 759–774.
- BREITENBUCHER, R. (1998). Developments and application of high-performance concrete. *Materials and Structures*, vol. 31, pp. 209–215.
- BRUNK, F. (1994). Corrosion and behavior of fireclay bricks of varying chemical composition used in the bottom lining of reduction cells. *Proceedings of TMS Light Metals Technology*. Warrendale, Pennsylvania, USA, pp. 477–482.
- CANDAPPA, D., SANJAYAN, J. et SETUNGE, S. (2001). Complete triaxial stress strain curves of high-strength concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 13, 209–215.
- CASTELLOTE, M., ALONSO, C., ANDRADE, C., TURRILAS, X. et CAMPO, J. (2004). Composition and microstructural changes of cement pastes upon heating, as studied by neutron diffraction. *Cement and Concrete Research*, vol. 34, pp. 1633–1644.
- CASTILLOS, C. et DURRANI, A. (1990). Effect of transient high temperature on high-strength concrete. *ACI Materials Journal*, 87, 47–53.
- CEB (1991). Fire design of concrete structures-in Accordance with CEB/FIP Model Code 90. CEB Bulletin D'Informations 208.
- CEDOLIN, L., CRUTZEN, Y. et POLI, S. (1977). Triaxial stress-strain relationship for concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 103, pp. 423–439.
- CEN (1993). Eurocode 2 : Design of Concrete Structures :Part1-2 : Structural Fire Design. Comité Européen de Normalisation (CEN) CEN/TC 250/SC2 1992-1-2.
- CEN (1994). Eurocode 4 : Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part1-2 : General Rules-Structural Fire Design. Comité Européen de Normalisation (CEN) CEN ENV.
- CERVERA, M., OLIVER, J. et PRATO, T. (1999). Thermo-chemo-mechanical model for concrete. i : Hydration and aging. *Journal of Engineering Mechanics*, 125, 1018–1027.
- CHAN, S., PENG, G. et CHAN, J. (1996). Comparaison between high strength concrete and normal strength concrete subjected to high temperature. *Materials and Structures*, 29, 616–619.



- CHANG, C. (2001). *Study of Fired Concrete Strengthened with confinement*). Mémoire de maîtrise, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan.
- CHANG, Y., CHEN, Y., SHEU, M. et YAO, G. (2006). Residual Stress-Strain Relationship for Concrete after Exposure to High Temperatures. *Cement and Concrete Research*, vol. 36, pp. 1999–2005.
- CHEN, A. et CHEN, W. (1975). Constitutive relations for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 101, 465–481.
- CHEN, W., LAN, Y. et SOTELINO, E. (2003). The strain-space consistent tangent operator and return mapping algorithm for constitutive modeling of confined concrete. *International Journal of Applied Science in Engineering*, vol. 1, pp. 17–29.
- CHEN, W. et SALEEB, A. (1982). *Constitutive equations for engineering materials*. John Wiley & Sons, inc.
- CHEN, W.-F. (2007). *Plasticity in Reinforced Concrete*. J. Ross Publishing, Florida.
- CHOINSKA, M. (2006). *Effet de la température, du chargement mécanique et de leurs interactions sur la perméabilité du béton de structures*. Thèse de doctorat, École Centrale de Nantes, Nantes, France.
- CONLAZIO, G., MCVAY, M. et RISH, J. (1998). Measurement and prediction of pore pressures in saturated cement mortar subjected to radiant heating. *ACI Materials Journal*, 95, 525–536.
- COUSSY, O. (1995). *Mechanics of porous continua*. John Wiley & Sons, inc.
- CRISFIELD, M. (1991). *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. John Wiley & Sons, inc., England.
- CROUCH, R. S. et TAHAR, B. (2000). Application of a stress return algorithm for elastoplastic hardening-softening models with high yield surface curvature. *European Congress on Computational Methods Sciences and Engineering*, Barcelona, Spain.
- DALPONT, S. et EHRLACHER, A. (2004). Numerical and experimental analysis of chemical dehydration, heat and mass transfers in a concrete hollow cylinder submitted to high temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 135–147.
- D'AMOURS, G. (2004). *Développement de lois constitutives thermomécaniques pour les matériaux à base de carbone lors du préchauffage d'une cuve d'électrolyse*. Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, Canada.
- DARWIN, D. et PECKNOLD, D. (1976). Analysis of RC shear panels under cyclic loading. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 102, pp. 355–369.
- DE BORST, R. (1986). *Non-linear analysis of frictional materials*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.

- DEJONG, M. et ULM, F. (2007). The nanogranular behavior of CSH at elevated temperatures (up to 700°C). *Cement and Concrete Research*, vol. 37, pp. 1–12.
- DESAYI, P. et KRISHNAN, S. (1964). Equation for the stress-strain curve of concrete. *ACI Journal*, vol. 61, pp. 345–350.
- DIAS, W., KHOURY, G. et SULLIVAN, P. (1990). Mechanical properties of hardening cement paste exposed to temperatures up to 700°C. *ACI Material Journal*, vol. 87, pp. 160–166.
- DIVET, L. (1998). Rapport de l'analyse des échantillons de béton. Rapport technique, Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- DIVET, L. (2005). *Présentation des techniques de diagnostic de l'état d'un béton soumis à un incendie*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris.
- DOLAREVIC, S. et IBRAHIMBEGOVIC, A. (2007). A modified three-surface elasto-plastic cap model and its numerical implementation. *Computers and Structures*, vol. 85, pp. 419–430.
- DOMINGO, J. et CHU, K. (1986). Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. *ACI Materials Journal*, vol. 83, pp. 21–27.
- DOMINGO, S., IGNACIO, C., RAVINDA, G. et GUILLERMO, E. (2002). Study of the behavior of concrete under triaxial compression. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 128, pp. 156–163.
- DRUCKER, D., GIBSON, R. et HENKEL, D. (1957). Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity. *ASCE Transaction*, vol. 122, pp. 338–346.
- DUPRAY, F. (2008). *Comportement du béton sous fort confinement : Étude en compression et en extension triaxiales à l'échelle mésoscopique*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- ETSE, G. et WILLAM, K. (1994). Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 120, pp. 1983–2011.
- EUROCODE2 (2004). *Design of Concrete structures. General Rules-Structural Fire Design*. Commission of European Communities, Brussels, Belgium.
- FAFITIS, A. et SHAH, S. (1986). Constitutive model for biaxial cyclic loading of concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 112, pp. 760–775.
- FARES, H., REMOND, S., NOUMOWE, A. et COUSTURE, A. (2010). High temperature behavior of self-consolidation concrete microstructure and physicochemical properties. *Cement and Concrete Research*, 40, 488–496.
- FERAILLE-FRESNET, A. (2000). *Le rôle de l'eau dans le comportement à haute température des bétons*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et chaussées, Paris, France.

- GABET, T. (2006). *Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes : influence du trajet de chargement*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- GAWIN, G., MAJORNA, C. et SCHREFLER, B. (1999). Numerical analysis of hugro-thermal behavior and damage of concrete at high temperature. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, vol. 4, pp. 37–74.
- GERSTLE, K. (1981a). Simple of biaxial concrete behavior. *ACI Journal*, vol. 78, pp. 62–68.
- GERSTLE, K. (1981b). Simple of triaxial concrete behavior. *ACI Journal*, vol. 78, pp. 382–387.
- GERSTLE, K., ASCHI, H., BELLOTTI, R., BERTACCHI, P., KATSOVOS, M., HON-YIM, K., NEWMAN, D., ROSSI, J., SCHICKERT, P., TAYLER, G., TRAINA, M., WINKLER, L. et ZIMMERMAN, R. (1981). Behavior of concrete under multiaxial stress states. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 106, pp. 1383–403.
- GRASSL, P., LUNDGREN, K. et GYLTOFT, K. (2002). Concrete in compression : A plasticity theory with novel hardening law. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, pp. 5205–5223.
- GRJOTHEIM, K. et KVANDE, H. (1993). *Introduction to aluminium electrolysis (second edition)*. Aluminium-Verlag, Germany.
- GUO, Y. et WANG, Z. (2011). Research on constitutive law of uhpfr used in numerical simulation. *Advanced Materials Research*, 1547, 368–373.
- HAASE, R. (1990). *Thermodynamics of irreversible processes*. Dover, New York, USA.
- HAMMOUD, R., BOUKHILI, R. et YAHIA, A. (2013a). Unified formulation for a triaxial elastoplastic constitutive law for concrete. *Journal of Structural Engineering*, submitted.
- HAMMOUD, R., YAHIA, A. et BOUKHILI, R. (2013b). Triaxial compressive strength of concrete subjected to high temperatures. *Journal of Materials in Civil Engineering*, submitted.
- HANE, D. et CHEN, W. (1987). Constitutive modeling in analysis of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 113, 577–593.
- HARADA, T., TAKEDA, J., YAMANE, S. et FURUMURA, F. (1972). Strength, elasticity and thermal properties of concrete subjected to elevated temperatures. *ACI Special Publication*, vol. 34, pp. 377–406.
- HARMATHY, T. (1970). Thermal properties of concrete at elevated temperatures. *ASTM Journal of Materials*, vol. 5, pp. 47–74.
- HASSANIZADEH, M. et GRAY, W. (1979a). General conservation equation for multiphase systems : 1. Averaging procedure. *Advances in Water Resources*, vol. 2, pp. 131–144.

- HASSANIZADEH, M. et GRAY, W. (1979b). General conservation equation for multiphase systems : 2. Mass, momenta, energy and entropy equations. *Advances in Water Resources*, vol. 2, pp. 191–203.
- HASSANIZADEH, M. et GRAY, W. (1980). General conservation equation for multiphase systems : 3. Constitutive theory for porous media flow. *Advances in Water Resources*, vol. 3, pp. 25–40.
- HELLMICH, C., ULM, F. et MANG, H. (1999). Multisurface chemoplasticity. i : material model for shotcrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 125, 692–701.
- HERTZ, K. (1984). Heat-induced explosion of dense concretes. Rapport technique, Institute of Building Design, Technical University of Denmark, Denmark.
- HERTZ, K. (2003). Limits of spalling of fire-exposed concrete. *Fire Safety Journal*, vol. 38, pp. 103–116.
- HERTZ, K. (2005). Concrete Strength for Fire Safety Design. *Magazine of Concrete Research*, vol. 57, pp. 445–453.
- HILL, R. (1950). *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, New York, USA.
- HOFSTETTER, G., SIMO, J. et TAYLOR, R. (1993). A modified cap model : Closest point solution algorithms. *Computers and Structures*, vol. 48, pp. 203–214.
- IMRAN, I. et PANTAZOPOULOU, S. (1996). Experimental study of plain concrete under triaxial stresses. *ACI Materials Journal*, 93, 589–601.
- IMRAN, I. et PANTAZOPOULOU, S. (2001). Plasticity model for concrete under triaxial compression. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, pp. 281–290.
- IYENGAR, K., DESAYI, P. et REDDY, K. (1970). Stress-strain characteristics of concrete confined in steel binders. *Magazine of Concrete Research*, vol. 22, pp. 173–184.
- JOHANSSON, S. (1995). Chemical processes in cathode refractories and insulation during pot life. *Proceedings of TMS Light Metals Technology*. Warrendale, Pennsylvania, USA, pp. 479–492.
- JU, J. (1989). On energy-based coupled elastic-plastic damage theories : Constitutive modelling and computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, pp. 803–833.
- KALIFA, P., CHÉNÉ, G. et GALLÉ, C. (2001). High-temperature behaviour of HPC with polypropylene fibers. From spalling to microstructure. *Cement and Concrete Research*, vol. 31, pp. 1487–1499.
- KALIFA, P. et TSIMBROVSKA, M. (1998). Comportement des BHP à hautes températures. État de la question et résultats expérimentaux. *Cahier de CSTB*, vol. 3078, pp. 1–16.

- KANG, H. (1997). *Triaxial Constitutive Model for Plain and Reinforced Concrete Behavior*. Thèse de doctorat, University of Colorado, Boulder, Colorado, USA.
- KANG, H. et WILLAM, K. (1999). Localisation characteristics of triaxial concrete model. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 125, pp. 941–950.
- KARSAN, P. et JIRSA, J. (1969). Behavior of concrete under compressive loading. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 95, pp. 2543–2563.
- KHALOO, A. et AHMAD, S. (1989). Behavior of high strength concrete under torsional triaxial compression. *ACI Materials Journal*, vol. 86, pp. 550–558.
- KHENNANE, A. et BAKER, G. (1992). Plasticity models for the biaxial behavior of concrete at elevated temperatures. Part I : Failure criterion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 100, pp. 207–223.
- KHOURY, G. (1986). Compressive strength of concrete at high temperature : a reassessment. *Magazine of Concrete Research*, 44, 108–114.
- KHOURY, G., GRAINGER, B. et SULLIVAN, P. (1985). Transient thermal strain of concrete. Literature review, condition within specimen and behavior of individual constituents. *Magazine of Concrete Research*, vol. 37, pp. 131–144.
- KODUR, V., WANG, T. et CHENG, F. (2004). Predicting the Fire Resistance Behavior of High Strength Concrete Columns. *Cement and Concrete Composites*, vol. 26, pp. 141–153.
- KOSMATKA, S., PANARESE, W., ALLEN, G. et CUMMING, S. (1991). *Dosage et contrôle des mélanges de béton*. ACP-Assoc. Ciment Portland.
- KOTSOVOS, M. et NEWMAN, J. (1978a). Generalized stress-strain relation for concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 104, pp. 845–856.
- KOTSOVOS, M. et NEWMAN, J. (1978b). Generalized stress-strain relations for concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 104, 845–856.
- KUPFER, H., HILSDORF, H. et RUSH, H. (1969). Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Journal*, vol. 66, pp. 656–666.
- LADE, P. (1977). Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surface. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 13, pp. 1019–1035.
- LADE, P. et DUNCAN, J. (1973). Cubical triaxial tests on cohesionless soil. *Journal of Soils mechanics and Foundations divisions*, vol. 99, pp. 793–812.
- LADE, P. et DUNCAN, J. (1975). Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. *Journal of geotechnical Engineering*, vol. 101, pp. 1035–1052.
- LAN, S. et GUO, Z. (1997). Experimental investigation of multiaxial compressive strength of concrete under different stress paths. *ACI Materials Journal*, 94, 427–434.

- LEE, J. et FENVES, G. (1998). Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, pp. 892–900.
- LEE, J., XI, Y. et WILLAM, K. (2008). Properties of Concrete after High-Temperature Heating and Cooling. *ACI Materials Journal*, vol. 105, pp. 334–341.
- LEE, S., SONG, Y. et HAN, S. (2004). Biaxial behavior of plain concrete of nuclear containment building. *Nuclear Engineering and Design*, 227, 143–153.
- LI, L. et PURKISS, J. (2005). Stress-Strain Constitutive Equations of Concrete Material at Elevated Temperatures. *Fire Safety Journal*, vol. 40, pp. 669–686.
- LI, Q. et ANSARI, F. (2000). High-strength concrete in triaxial compression by different sizes of specimens. *ACI Materials Journal*, vol. 97, pp. 684–689.
- LIE, T. et IRWIN, R. (1993). Method to Calculate the Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns with Rectangular Cross Section. *ACI Structural Journal*, vol. 90, pp. 52–60.
- LIE, T. et LIN, T. (1985). Fire performance of reinforced concrete columns. A. International, éditeur, *Fire Safety : Science and Engineering*. West Conshohocken, PA, USA, pp. 176–205.
- LIE, T., ROWE, T. et LIN, T. (1986). Residual strength of fire-exposed reinforced concrete columns. *ACI Special Publication*, vol. 92, pp. 153–174.
- LIN, F.-B., BAZANT, Z., CHERN, J.-C. et MARCHERTAS, A. (1987). Concrete model with normality and sequential identification. *Computers and Structures*, 26, 1011–1025.
- LUCCIONI, B., FIGUEROA, M. et DANESI, R. (2002). Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures. *Engineering Structures*, vol. 25, pp. 729–742.
- LUIKOV, A. (1966). *Heat and Mass Transfer in Cappillary Porous Bodies*. Pergamon press, Oxford, England.
- LUO, X., SUN, W. et CHAN, Y. (2000). Residual compressive strength and microstructure of high performance concrete after exposure to high temperature. *Materials and Structures*, 33, 294–298.
- MAINGUY, M. et ULM, J. (2001). Coupled diffusion-dissolution around a fracture channel : The solute congestion phenomenon. *Transport in Porous Media*, vol. 45, pp. 481–497.
- MALHOTRA, V., WILSON, H. et PAINTER, K. (1989). Performance of Gravelstone Concrete Incorporating Silica Fume at Elevated Temperature. V. Malhotra, éditeur, *Fly Ash, Silica Fume, Slag, and Natural Pozzolans in Concrete*. Trondheim , Norway, pp. 1051–1076.
- MEHTA, P. et MONTEIRO, P. (2006). *Concrete : Microstructure, Properties and Materials (3rd edition)*. McGraw-Hill, USA.
- MENÉTREY, P. et WILLAM, K. (1995). A triaxial failure criterion for concrete and its generalization. *ACI Structural Journal*, 92, 311–318.

- MESCHKE, G. (1996). Consideration of aging of shotcrete in the context of a 3-d viscoplastic material mode. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, 3123–3143.
- MEYER, R., AHRENS, H. et DUDDECK, H. (1994). Material model for concrete in cracked and uncracked states. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 120, pp. 1877–1895.
- MIER, J. V. (1997). *Fracture Processes Of Concrete*. CRC Press, USA.
- MILLS, L. et ZIMMERMAN, R. (1970). Compressive strength of plain concrete under multiaxial loading conditions. *ACI Journal*, vol. 67, pp. 802–807.
- MISSEMER, L., OUEDRAOGO, E., MALÉCOT, Y., ROGAT, D. et CLERGUE, C. (2010). *Spalling under fire of ultra-high performance fibre concrete : Effect of polymer fibers*, CRC Press.
- MORANVILLE-REGOURD, M. (1992). Microstructure des bétons à haute performance. Y. Mal-lier, éditeur, *Les bétons à hautes performances-Caractérisation, durabilité, applications- La connaissance du matériau.*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées. pp. 25–44.
- MSAAD, Y. (2007). Comparison between hydraulic and thermal spalling in heated concrete based on numerical modeling. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 133, pp. 608–615.
- MSAAD, Y. et BONNET, G. (2006). Analyses of heated concrete spalling due to restrained thermal dilatation : Application to the Channel fire. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 132, pp. 1124–1132.
- NECHNECH, W. (2000). *Contribution à l'étude numérique du comportement du béton et des structures en béton armé soumises à des sollicitations thermiques et mécaniques couplées : Une approche thermo-élastoplastique endommageable*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, France.
- NECHNECH, W., MEFTAH, F. et REYNOUARD, J. (2002). An elasto-plastic damage model for plain concrete subjected to high temperatures. *Engineering Structures*, vol. 24, pp. 597–611.
- NECHNECH, W., REYNOUARD, J. et MEFTAH, F. (2001). Un modèle thermoplastique couplé à l'endommagement pour le béton à hautes températures. *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 28, pp. 593–607.
- NEVILLE, A. (1988). *Properties of Concrete(Third edition)*. John Wiley & Sons Inc.
- NEWMAN, J. B. (1979). Concrete under complex stress. F. Lydon, éditeur, *Developments in concrete technology*, Applied Science, London, vol. 1. 151–219.
- NIELSEN, C. et BICANIC, N. (2003). Residual fracture energy of high-performance and normal concrete subject to high temperatures. *Materials and Structures*, vol. 36, pp. 515–521.
- NISHIDA, A., YAMAZAKI, N., SCHNEIDER, H. I. U. et DIEDERICHS, U. (1995). Study on the properties of high strength concrete with short polypropylene fiber for spalling resistance. K. Sakai, N. Banthia et O. Gjorv, éditeurs, *Concrete Under Severe Conditions (Environment and loading) (Volume two)*, E & FN Spon. pp. 1141–1150.

- NONNET, E., LEQUEUX, N. et BOCH, P. (1999). Elastic properties of high alumina cement castables from room temperature to 1600°C. *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 19, pp. 1575–1583.
- NOUMOWÉ, A. (1995). *Effet des hautes températures (20-600°C sur le béton. Cas particulier du béton à hautes performances)*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, Lyon, France.
- OBEID, W., MOUNAJED, G. et ALLICHE, A. (2001). Mathematical formulation of thermo-hydro-mechanical problem in non-saturated porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, pp. 5105–5122.
- OHTANI, Y. et CHEN, W. (1989). A plastic softening model for concrete materials. *Computers and Structures*, 33, 1047–1055.
- PAPANIKOLAOU, V. et KAPPOS, A. (2007). Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression. *International Journal of Solids and Structures*, 44, 7021–7048.
- PEKAU, O. et ZHANG, Z. (1994). Strain-space cracking model for concrete and its application. *Computers and Structures*, 51, 151–162.
- PETERSON, P. (1981). Crack growth and developmen of fracture zones in plain concrete and similar materials. Rapport technique, University of Lund, Sweden.
- PETKOVSKI, M. (2010). Effects of stress during heating on strength and stiffness of concrete at elevated temperature. *Cement and Concrete Research*, 40, 1744–1755.
- PHAN, L. et CARINO, N. (2000). Fire Performance of High Strength Concrete : Research Needs. *Applied Technology in Structural Engineering*. Proceedings ASCE/SEI Structures Congress, Philadelphia, Pennsylvania, USA.
- PHAN, L., LAWSON, J. et DAVIS, F. (2001). Effects of elevated temperature exposure on heating characteristics, spalling, and residual properties of high performance concrete. *Materials and Structures*, 34, 83–91.
- PHAN, M., MEFTAH, F., RIGOBERT, S., AUTUORI, P., LENGLET, C. et DAL PONT, S. (2011). A finite element modeling of thermo-hydro-mechanical behavior and numerical simulations of progressing spalling front. *Procedia Engineering*, 10, 3128–3133.
- PIHLAJAARA, S. (1972). *An analysis of the Factors Exerting Effect on Strength and Other Properties of Concrete at High Temperature*. American Concrete Institute, Special Publication SP-34, Farmington Hills, Michigan, USA.
- PRAMONO, E. et WILLAM, K. (1989). Fracture energy based plasticity formulation of plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 115, pp. 1183–1204.
- PRIESTLEY, J. M. M. et PARK, R. (1988a). Observed stress-strain model for confined concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 114, pp. 1827–1849.



- PRIESTLEY, J. M. M. et PARK, R. (1988b). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 114, pp. 1804–1825.
- SANJAYAN, G. et STOCKS, L. (1993). Spalling of high-strength silica fume concrete in fire. *ACI Materials Journal*, vol. 90, pp. 170–173.
- SCHMIDT, J. (2003). *High pressure and high strain rate behavior of cementitious materials : Experiments and elastic/viscoplastic modeling*. Thèse de doctorat, University of Florida, USA.
- SCHNEIDER, U. (1976). Behavior of concrete under thermal steady state and non-steady state conditions. *Fire and Materials*, 1, 103–115.
- SCHNEIDER, U. (1988). Concrete at high temperature- a general review. *Fire Safety Journal*, 13, 55–68.
- SCHNEIDER, U., DIEDERICH, U. et EHM, C. (1982). Effect of temperature on steel and concrete for PCRV's. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 67, pp. 245–258.
- SCHONING, C., GRANDE, T. et SILJAN, O. (1999). Cathode refractory materials for aluminium reduction cell. *Proceedings of TMS Light Metals Technology*. Warrendale, Pennsylvania, USA, pp. 231–238.
- SCHREFLER, B. et LEWIS, R. (1999). *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. John Wiley & Sons, inc.
- SCHREFLER, B., PESAVENTO, F. et GAWIN, D. (2006). A multiphase model for concrete : numerical solution and applications. *WSEAS Transaction on Heat and Mass Transfer*, vol. 1, pp. 651–659.
- SCHREYER, H. (1989). Smooth limit surfaces for metals, concrete and geotechnical materials. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 115, pp. 1960–1975.
- SERCOMBE, J. (1997). *Modélisation du comportement du béton en dynamique rapide-application au calcul des conteneurs à haute intégrité*. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et chaussées, Paris, France.
- SFER, D., CAROL, I., GETTU, R. et ETSE, G. (2002). Study of the behavior of concrete under triaxial compression. *Journal of Engineering Mechanics*, 128, 156–163.
- SHA, W., O'NEILL, E. et GUO, Z. (1999). Differential scanning study of ordinary portland cement. *Cement and Concrete Research*, 29, 1487–1489.
- SHAH, S. (1984). Strain softening stress-strain relations for concrete. C. Desai et R. Gallagher, éditeurs, *Mechanics of Engineering Materials*. John Wiley & Sons Inc, pp. 579–590.
- SIMO, J., JU, J., PISTER, K. et TAYLOR, R. (1988). Assessment of cap model : Consistent return algorithms and rate dependent extension. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 114, pp. 191–218.

- SINHA, B., GERSTLE, K. et TULIN, L. (1964). Stress-strain for concrete under cyclic loading. *ACI Journal*, vol. 61, pp. 195–210.
- SMITH, S., WILLAM, K., GERSTLE, K. et STURE, S. (1989). Concrete over the top, or is there life after the peak ? *ACI Materials Journal*, 86, 491–497.
- STABLER, J. et BAKER, G. (2000). On the form of free energy and specific heat in coupled thermo-elasticity with isotropic damage. *International Journal of Solids and Structures*, 37, 4991–4713.
- TABEREAUX, A. (1992). Reviewing advances in cathode refractory materials. *Journal of the Minerals, Metals and Materials Society*, vol. 44, pp. 20–24.
- TAYLOR, M., JAIN, A. et RAMEY, M. (1972). Path dependent biaxial compressive testing of an all light weight concrete. *ACI Journal*, vol. 69, pp. 758–764.
- TENCHEV, R. et PURNELL, P. (2005). An application of a damage constitutive model to concrete at high temperature and prediction of spalling. *International Journal of Solids and Structures*, 42, 6550–6565.
- TERRO, M. (1998). Numerical modeling of the behavior of concrete structures in fire. *ACI Structural Journal*, vol. 95, pp. 183–193.
- TSAI, W. (1998). Uniaxial compressional stress-strain relation of concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 114, pp. 2133–2136.
- TSIMBROVSKA, M. (1998). *Dégradation des bétons à hautes performances soumis à des températures élevées*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- ULM, F. et COUSSY, O. (1995). Modelling of thermo-chemo-mechanical couplings of concrete at early age. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 121, pp. 785–794.
- ULM, F. et COUSSY, O. (1996). Strength growth as chemo-plastic hardening in early age concrete. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 122, pp. 1123–1132.
- ULM, F., COUSSY, O. et BAZANT, Z. (1999a). The "Chunnel" fire. I : Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 125, pp. 272–282.
- ULM, F., COUSSY, O. et BAZANT, Z. (1999b). The "Chunnel" fire. II : analysis of concrete damage. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 125, pp. 283–289.
- VAN MIER, J. (1986). Fracture of concrete under complex stresses. *Heron*, 31, 1–89.
- VU, X. (2007). *Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- WANG, C.-Z., GUO, Z.-H. et ZHANG, X.-Q. (1987). Experimental investigation of biaxial and triaxial compressive concrete strength. *ACI Materials Journal*, 84, 92–100.

- WANG, P., SHAH, S. et NAAMAN, A. (1978). Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression. *ACI Materials Journal*, vol. 75, pp. 603–611.
- WHITAKER, S. (1977). Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media : a theory of drying. *Advances in Heat Transfer*, vol. 13, pp. 119–203.
- WILLAM, K. et WARNKE, E. (1975). Constitutive model for triaxial behavior of concrete. *Concrete Structure Subjected to Triaxial Stresses, International Association for Bridge and Structural Engineering*. Zurich, 1–30.
- XIE, J., ELWI, A. et MACGREGOR, J. (1995). Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica fuma. *ACI Materials Journal*, 92, 1–11.
- XIO, J. et KONIG, G. (2004). Study on Concrete at High Temperature in China- An Overview. *Fire Safety Journal*, vol. 39, pp. 89–103.
- YAN, D., LIN, G. et CHEN, G. (2009). Dynamic properties of plain concrete in triaxial stress state. *ACI Materials Journal*, 106, 89–94.
- YANG, B., DAFALIAS, Y. et HERRMANN, L. (1985). A bounding surface plasticity model for concrete. *International Journal of Engineering Mechanics*, 111, 359–380.
- YANKELEVSKY, D. et REINHARDT, H. (1987). Model cyclic compressive behavior of concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, vol. 113, pp. 228–240.
- ZHANG, B. et BICANIC, N. (2002). Residual Fracture Toughness of Normal- and High-Strength Gravel Concrete after Heating to 600°C. *ACI Materials Journal*, vol. 99, pp. 217–226.
- ZHOU, Q. et GLASSER, E. (2001). Thermal stability and decomposition mechanisms of ettringite at < 120°C. *Cement and Concrete Research*, vol. 31, pp. 1333–1339.